

## MECCANICA APPLICATA ALLE MACCHINE

### COPPIE CINEMATICHE E MECCANISMI

**MACCHINA:** è un sistema di organi disposti in modo tale da compiere, muovendosi sotto l'azione di forze opportunamente applicate, lavoro di interesse industriale.

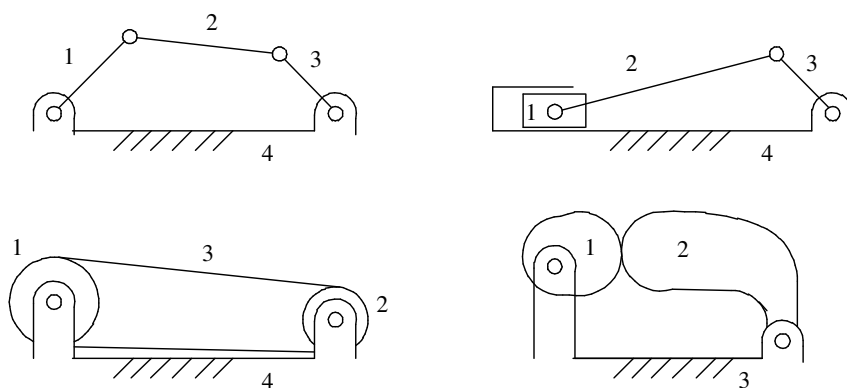
Una macchina ha il compito di trasformare una energia di un certo tipo in essa entrante in energia, in generale di diverso tipo, da essa uscente con la duplice funzione di trasmettere movimento e forze e quindi in definitiva di trasmettere potenza.

**MECCANISMO:** è un sistema di organi (dispositivo) considerato solo dal punto di vista del movimento e nel quale uno degli organi è fisso (l'organo fisso si chiama telaio o ponte).

Gli organi che compongono una macchina, o un meccanismo, si chiamano membri; un membro può essere costituito, per ragioni costruttive, da più pezzi montati uno sull'altro, purché dal punto di vista funzionale si comportino come un pezzo solo (esempio: ruote dentate calettate su alberi).

Nella maggior parte dei casi ciascun membro è a contatto con due membri del meccanismo.

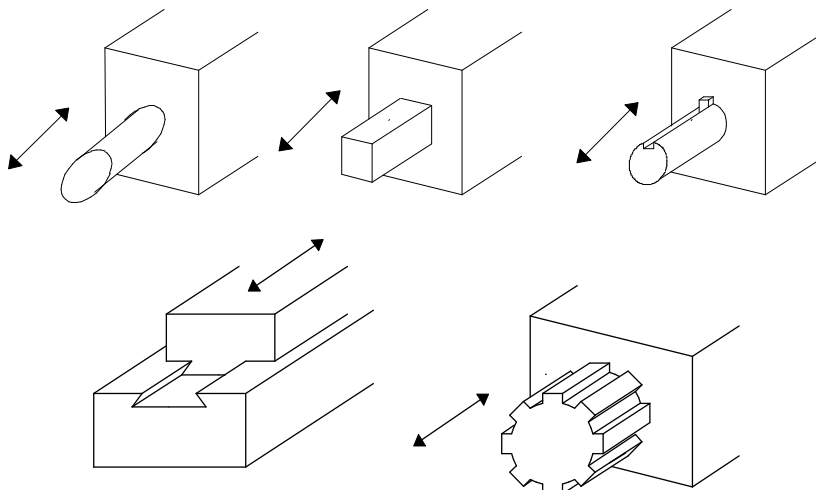
Esempi di meccanismi (ciascun membro è contrassegnato da un numero)



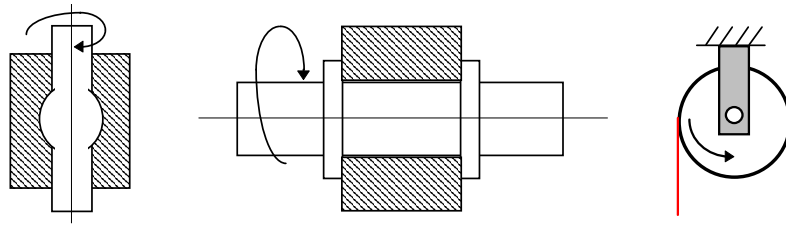
**COPPIA CINEMATICA:** è un insieme di due organi meccanici rigidi accoppiati in modo tale da permettere un moto relativo, determinato dalle superfici di contatto. Se le superfici rigide a contatto combaciano fra loro consentendo al moto relativo un unico movimento (grado di libertà), la coppia cinematica è una coppia elementare.

Fra le coppie elementari distinguiamo:

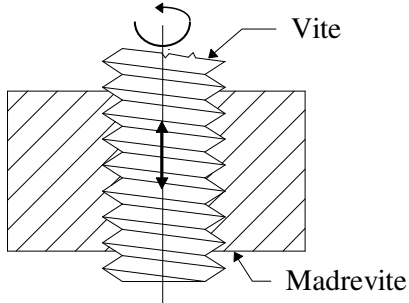
- **COPPIA PRISMATICA:** le superfici combacianti sono cilindriche (non rotonde) o prismatiche e consentono solo un moto relativo di traslazione



- **COPPIA ROTOIDALE:** le superfici combacianti sono due superfici di rivoluzione e consentono solo un moto relativo di rotazione attorno ad un asse



- **COPPIA ELICOIDALE:** si realizza con l'accoppiamento vite - madrevite e consente un moto elicoidale, cioè una rotazione attorno ad un asse e una traslazione lungo lo stesso asse.



**CATENA CINEMATICA:** è una successione di coppie cinematiche in cui ogni elemento è collegato con quello che lo precede e con quello che lo segue, realizzando la possibilità di trasmissione del moto. Una catena cinematica diviene un meccanismo quando un suo membro viene fissato a fungere da telaio.

#### FORZE AGENTI SULLE MACCHINE

Le forze o le coppie agenti sulle macchine possono essere così classificate:

- **FORZA MOTRICE:** produce il movimento della macchina compiendo lavoro positivo (forza e spostamento hanno lo stesso verso);
- **FORZA RESISTENTE:** si oppone al movimento della macchina compiendo lavoro negativo (forza e spostamento hanno verso opposto);
- **FORZE ESTERNE:** derivano dall'azione di corpi esterni alla macchina, o dall'azione di campi di forze (forze di gravità, di inerzia);
- **FORZE INTERNE:** nascono nel contatto fra i membri della macchina (forze mutuamente scambiate, forze di attrito).

#### RESISTENZE D'ATTRITO

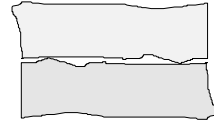
La superficie asciutta di un solido metallico è ricoperta da più pellicola sovrapposte:

- 1) a contatto con il metallo si forma uno strato di ossido il cui spessore è pari a qualche centesimo di  $\mu\text{m}$ ;
- 2) sulla pellicola di ossido si forma, in presenza di aria, uno strato sottilissimo di vapor d'acqua e di ossigeno il cui spessore è pari a qualche decimillesimo di  $\mu\text{m}$ ;
- 3) sul secondo strato si forma, di regola, una sottilissima pellicola di grasso (spessore uguale a qualche millesimo di  $\mu\text{m}$ ) fortemente aderente alle pellicole sottostanti dovuta a goccioline di olio in sospensione nell'atmosfera.

Pertanto quando si parla di superfici metalliche asciutte si fa riferimento:

- o a superfici ricoperte dai tre strati sopraccitati come sono, di norma, le superfici degli organi delle macchine in condizione di esercizio; in questo caso il coefficiente d'attrito fra metalli assume valori dell'ordine di  $0,1 \div 0,3$ ;
- o a superfici che siano state pulite dallo strato di grasso mediante l'impiego di abrasivi; così si possono presentare superfici di organi di macchine che, in condizione di esercizio, sono sottoposte ad azioni abrasive o a temperature elevate. In questo caso il coefficiente d'attrito è maggiore e risulta compreso fra  $0,3 \div 0,6$ , ma si possono avere anche valori maggiori.

Anche se le superfici degli organi delle macchine vengono lavorate con grande cura, esse presentano una certa rugosità (rugosità media compresa tra qualche decina e qualche decimo di  $\mu\text{m}$ ). Ne consegue che il contatto fra due corpi solidi è localizzato su zone ristrette, dove le asperità di una superficie vengono a contatto con le asperità dell'altra. In corrispondenza di queste zone di contatto nascono delle interazioni di carattere meccanico e a causa delle elevate pressioni locali, si formano microgiunzioni. La parte principale delle forze d'attrito è dovuta alle azioni locali per la recisione di queste microgiunzioni. Altri contributi alla forza d'attrito nascono sia nel superamento fra le asperità a contatto, sia nella penetrazione di asperità dure entro materiale più tenero, con conseguenti scorrimenti plastici o con recisioni locali.



L'attrito produce effetti che, mentre sono utili da certi punti di vista, sono da altri punti di vista dannosi. Indispensabile è la presenza dell'attrito nella trasmissione di forze fra coppie superiori di frizione (coppia ruota - rotaia) e per il funzionamento di organi meccanici come freni e innesti di frizione. Per quanto riguarda gli effetti dannosi basta osservare che ad esso è sempre connessa una perdita di energia, come pure un'usura delle parti a contatto.

#### ATTRITO DI STRISCIAMENTO O RADENTE

Dati due corpi che strisciano l'uno sull'altro, il loro coefficiente d'attrito dipende da tre parametri:

- velocità di strisciamento;
- pressione media di contatto;
- temperatura superficiale media.

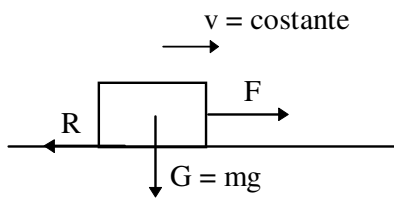
In condizione di quiete il coefficiente d'attrito detto anche coefficiente d'attrito statico o di primo distacco o di aderenza assume valori più elevati del coefficiente d'attrito in condizione di moto che viene chiamato coefficiente d'attrito cinetico. Da risultati sperimentali è noto che l'attrito cinetico diminuisce all'aumentare della velocità di strisciamento, all'aumentare della pressione di contatto e all'aumentare della temperatura. La dipendenza dalla temperatura può avere notevole importanza in alcune applicazioni, come freni e innesti di frizione, nelle quali si ha un notevole sviluppo di calore. Nella maggior parte delle applicazioni tecniche si può ritenere valida la legge di COULOMB secondo la quale il coefficiente d'attrito cinetico dipende soltanto dalla natura delle superfici a contatto e dalla loro condizione superficiale (rugosità, lubrificazione).

#### COEFFICIENTE D'ATTRITO RADENTE $f$ PER SUPERFICI ASCIUTTE

Materiali a contatto	Coefficiente d'attrito statico	Coefficiente d'attrito cinetico
Acciaio su acciaio	0,15 ÷ 0,35	0,10 ÷ 0,15
Acciaio su ghisa o bronzo	0,20 ÷ 0,25	0,15 ÷ 0,20
Legno su metallo	0,50 ÷ 0,65	0,20 ÷ 0,50
Cuoio su metallo	0,60	0,25 ÷ 0,45
Gomma su metallo	0,80	0,50 ÷ 0,60
Ferodo su acciaio	--	0,50 ÷ 0,60

## APPLICAZIONI SULL'ATTRITO RADENTE

### Moto uniforme su piano orizzontale



$R$  = resistenza d'attrito o attrito.

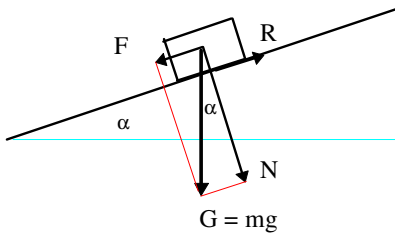
La resistenza d'attrito si calcola come prodotto tra il coefficiente d'attrito  $f$  (che dipende per la legge di Coulomb solo dalla natura delle superfici a contatto) e la forza premente  $N$  (cioè la componente del peso del corpo perpendicolare al piano di scorrimento); ha sempre il verso opposto a quello del moto.

$$R = f \cdot N \quad \text{in questo caso} \quad N = G \Rightarrow R = f \cdot G$$

Per mantenere il corpo in moto uniforme ( $v = \text{costante}$ ,  $a = 0$ ) si deve verificare la condizione:

$$F = R \Rightarrow F = f \cdot G$$

### Equilibrio su piano inclinato



$F$  è la componente del peso del corpo che tende a farlo muovere.  $N$  è la forza premente, componente del peso perpendicolare al piano di scorrimento.

$$F = G \cdot \sin \alpha$$

$$N = G \cdot \cos \alpha$$

$$R = f \cdot N = f \cdot G \cdot \cos \alpha$$

Per l'equilibrio alla traslazione lungo il piano inclinato deve accadere:

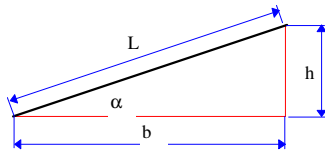
$$F \leq R \quad \text{quindi al massimo} \quad F = R \quad (\text{condizione limite di equilibrio}) \Rightarrow F = R$$

$$G \cdot \sin \alpha = f \cdot G \cdot \cos \alpha$$

$$\sin \alpha = f \cdot \cos \alpha$$

$$f = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \text{tg} \alpha$$

Quindi il corpo sarà in equilibrio per valori del coefficiente d'attrito maggiori o uguali alla tangente dell'angolo che il piano inclinato forma con l'orizzontale.



$$\frac{h}{b} = \text{tg} \alpha = i \quad \text{pendenza}$$

Spesso conviene introdurre un angolo fittizio chiamato angolo d'attrito la cui tangente è uguale al coefficiente d'attrito  $f = \text{tg} \varphi \Rightarrow \varphi = \text{arctg} f$   $\varphi$  angolo di attrito

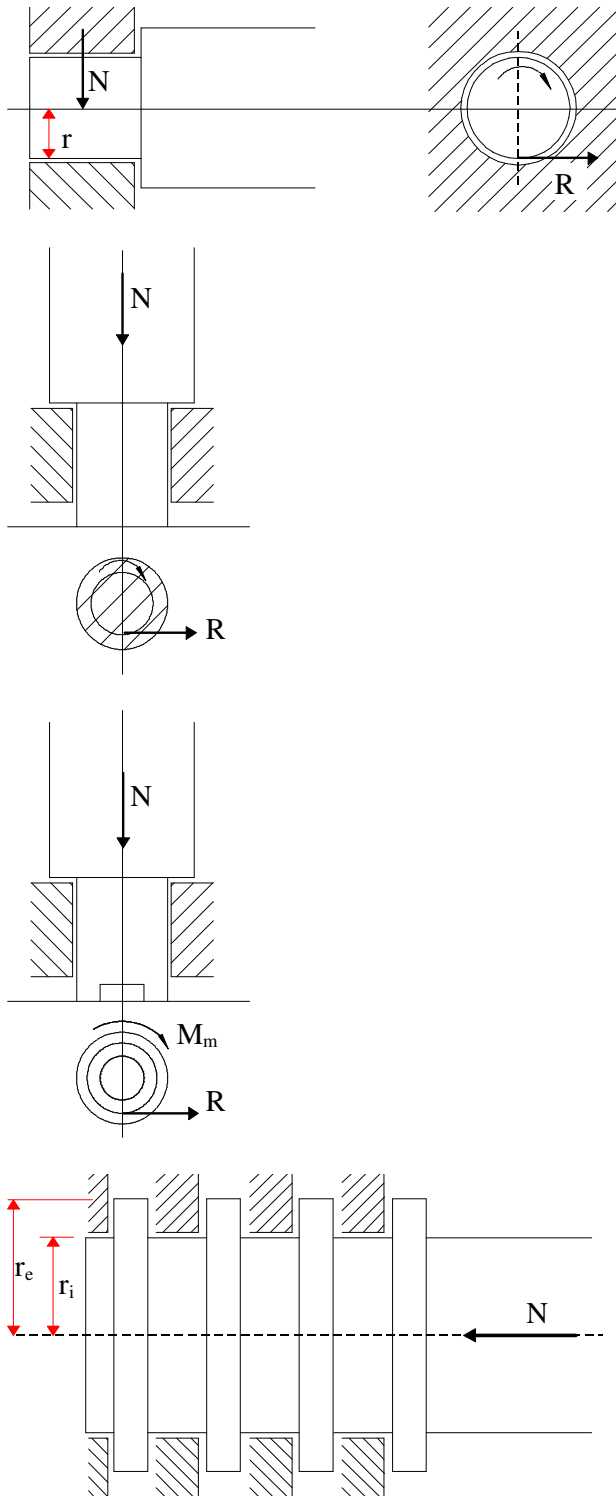
Per cui l'espressione precedente

$$f = \text{tg} \alpha \quad \text{diventa} \quad \text{tg} \varphi = \text{tg} \alpha \Rightarrow \varphi = \alpha$$

Si possono verificare i seguenti tre casi:

- 1)  $f > \text{tg} \alpha$  ( $\varphi > \alpha$ ) il corpo rimane in quiete;
- 2)  $f = \text{tg} \alpha$  ( $\varphi = \alpha$ ) il corpo se fermo rimane in quiete al limite dell'equilibrio, se in movimento continuerà il suo moto di tipo uniforme;
- 3)  $f < \text{tg} \alpha$  ( $\varphi < \alpha$ ) il corpo si mette in movimento con moto uniformemente accelerato.

## ATTRITO NEI PERNI

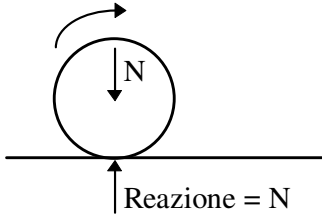


## ATTRITO DI ROTOLAMENTO O VOLVENTE

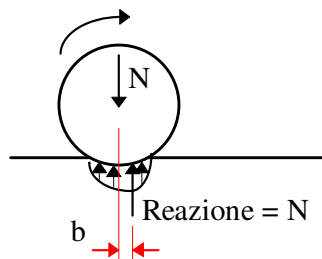
Questo tipo di resistenza nasce tra organi di macchine a contatto lungo una linea (ad esempio fra un cilindro e un piano, fra due cilindri) o su un punto (ad esempio fra una sfera e un piano). Poiché i corpi a contatto sono deformabili, tale contatto avverrà sempre su una superficie più o meno grande in funzione della deformabilità dei corpi. Su questa superficie di contatto, la

distribuzione delle pressioni di contatto non risulta simmetrica rispetto alla direzione della forza premente, ma le pressioni risulteranno maggiori dalla parte del senso del moto.

Corpi perfettamente rigidi (caso ideale)



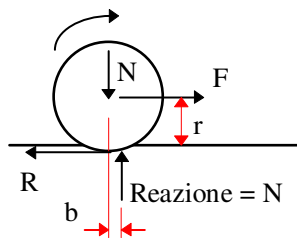
Corpi deformabili (caso reale)



La risultante delle pressioni non ha la stessa linea d'azione della forza premente  $N$ , ma è spostata in avanti nel senso del moto della distanza  $b$  (parametro dell'attrito volvente)

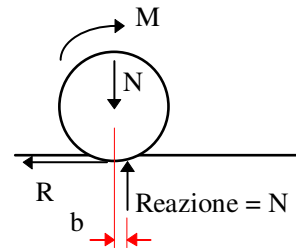
Per mantenere il rullo in rotazione uniforme è necessario applicare ad esso una forza parallela alla direzione di avanzamento (nel caso di rullo trainato) o una coppia (nel caso di rullo motore).

Rullo trainato



$$F \cdot r = N \cdot b \Rightarrow F = N \cdot \frac{b}{r}$$

Rullo motore



$$M = N \cdot b$$

In condizioni di moto uniforme è  $F = R$  quindi:  $R = N \cdot \frac{b}{r}$

Il rapporto  $\frac{b}{r}$  è chiamato coefficiente di attrito volvente  $f_v = \frac{b}{r}$  che viene determinato sperimentalmente  $\Rightarrow R = f_v \cdot N$

Parametro dell'attrito volvente  $b$  (in mm)

Pneumatico su strada asciutta	5 ÷ 10
Acciaio su legno	1,5
Acciaio su ghisa	0,05 ÷ 0,5
Cerchione su rotaia	0,3 ÷ 0,5
Acciai temprati, rettificati	0,01
Acciai da cuscinetti volventi	0,0025 ÷ 0,01

Il valore di  $f_v$  è di solito molto piccolo e quindi il consumo di energia nel rotolamento è più piccolo rispetto al consumo di energia nel contatto di strisciamento. Ciò giustifica l'esteso uso degli organi rotolanti (ruote, rulli, sfere) nelle costruzioni meccaniche.

### RENDIMENTO MECCANICO

Consideriamo una macchina alla quale siano applicate forze e/o coppie motrici e forze e/o coppie resistenti. Dopo un certo periodo di funzionamento le forze motrici avranno erogato lavoro  $L_m$  e le forze resistenti avranno assorbito il lavoro  $L_r$ , mentre le forze interne d'attrito avranno assorbito il lavoro  $L_p$  (lavoro perduto per attriti).

La somma algebrica dei lavori compiuti, in un certo intervallo di tempo, da tutte le forze agenti sulla macchina, è uguale alla variazione subita dall'energia cinetica della macchina (somma delle energie cinetiche dei suoi membri) nello stesso intervallo di tempo

$$L_m - L_r - L_p = \Delta E$$

Se  $\Delta E = 0$  per un certo intervallo di tempo di funzionamento della macchina, diciamo che la macchina funziona in condizioni di regime assoluto, quindi:

$$L_m - L_r - L_p = 0 \Rightarrow L_m = L_r + L_p$$

In queste condizioni si definisce rendimento della macchina il rapporto

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} \quad \text{RENDIMENTO} \quad \eta < 1 \quad \text{sempre}$$

Il rendimento può essere espresso con un numero decimale o in percentuale.

$$\begin{array}{lll} \text{Esempio: } \eta = 0,83 & \text{corrisponde} & \eta = 83\% \\ \eta = 92\% & \text{corrisponde} & \eta = 0,92 \end{array}$$

Il rendimento è un indice che ben si presta alla valutazione dell'energia spesa per attrito in una coppia cinematica o in una macchina nel suo complesso. Il rendimento può anche essere espresso come rapporto tra il lavoro motore in condizioni ideali, cioè in assenza di attriti ( $L_{mi}$ ) e il lavoro motore in condizioni reali ( $L_m$ ), infatti:

in assenza di attriti si ha  $L_p = 0$ , quindi dalla espressione

$$L_m - L_r - L_p = 0 \Rightarrow L_{mi} = L_r$$

che sostituita nell'espressione del rendimento, ci permette di calcolare

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{mi}}{L_m}$$

Questa espressione può ancora essere trasformata; chiamando con  $F_i$  la forza motrice in condizioni ideali (senza attriti) e con  $F$  la forza motrice reale, si può scrivere:

$$\eta = \frac{L_{mi}}{L_m} = \frac{F_i \cdot s}{F \cdot s} \Rightarrow \eta = \frac{F_i}{F} \quad \text{RENDIMENTO}$$

Si definisce perdita di rendimento la quantità

$$1 - \eta = 1 - \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_m - L_r}{L_m} \quad \text{essendo } L_m - L_r = L_p \Rightarrow$$

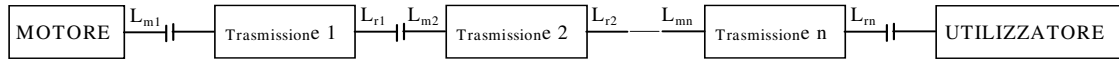
$$1 - \eta = \frac{L_p}{L_m} \quad \text{PERDITA DI RENDIMENTO}$$

## RENDIMENTO DI MACCHINE DISPOSTE IN SERIE E IN PARALLELO

Il rendimento di un sistema di macchine disposte in serie composto da  $n$  elementi è uguale al prodotto dei rendimenti degli  $n$  componenti parziali

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_{n-1} \cdot \eta_n$$

Infatti dati  $n$  elementi in serie



si ha  $L_{r1} = L_{m2}$ ,  $L_{r2} = L_{m3}$ , ..... quindi

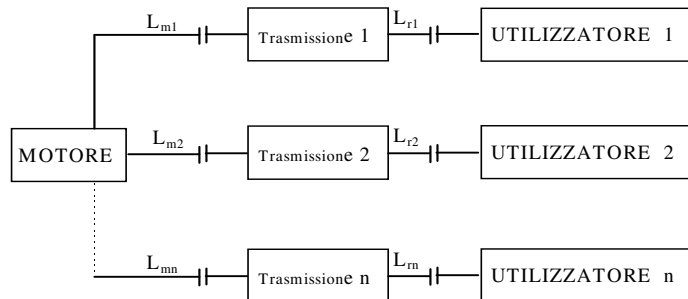
$$\eta = \frac{L_m}{L_{m1}} = \frac{L_{r1}}{L_{m1}} \cdot \frac{L_{r2}}{L_{m2}} \cdot \dots \cdot \frac{L_m}{L_{mn}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

Il rendimento di un sistema di macchine disposte in parallelo composto da  $n$  elementi è uguale alla media ponderata del rendimento dei singoli elementi, essendo pesi i lavori motore

$$\eta = \frac{L_{m1} \cdot \eta_1 + L_{m2} \cdot \eta_2 + \dots + L_{mn} \cdot \eta_n}{L_m}$$

Infatti dati  $n$  elementi in parallelo



$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{r1} + L_{r2} + \dots + L_{rn}}{L_{m1} + L_{m2} + \dots + L_{mn}} \quad \text{poichè } L_{r1} = L_{m1} \cdot \eta_1$$

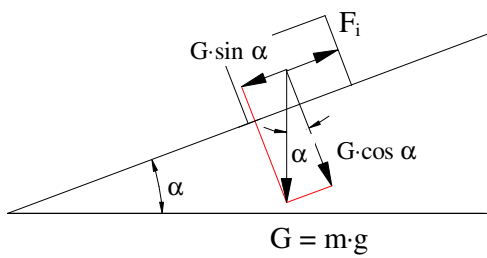
$$\dots \dots \dots$$

$$L_{rn} = L_{mn} \cdot \eta_n \quad \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{L_{m1} \cdot \eta_1 + L_{m2} \cdot \eta_2 + \dots + L_{mn} \cdot \eta_n}{L_m}$$

Quindi mentre nella disposizione in serie il rendimento complessivo risente direttamente del rendimento di ciascun elemento, nella disposizione in parallelo sul rendimento complessivo influiscono di più i rendimenti degli elementi che assorbono una sensibile aliquota del lavoro erogato dal motore.

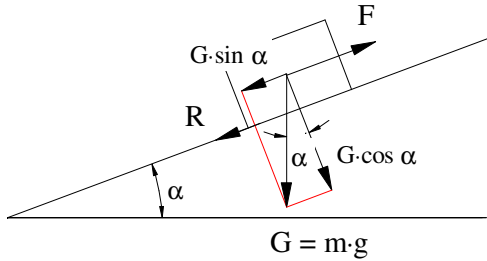
## RENDIMENTO DEL PIANO INCLINATO



Affinché si realizzi il moto di salita uniforme deve accadere:

CASO IDEALE → assenza di attriti ( $R = 0$ ) e quindi

$$F_i = G \cdot \sin \alpha$$



CASO REALE → presenza di attriti ( $R \neq 0$ ) e quindi

$$F = G \cdot \sin \alpha + R$$

$$\text{poiché } R = f \cdot G \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$F = G \cdot \sin \alpha + f \cdot G \cdot \cos \alpha$$

Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot \sin \alpha + f \cdot G \cdot \cos \alpha} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)} \quad \text{semplificando}$$

$$\eta = \frac{\sin \alpha}{(\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)} \quad \text{dividendo ogni termine per } \cos \alpha \quad \text{otteniamo}$$

$$\eta = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + f \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha + f} \quad \text{ricordando che } f = \text{tg} \varphi \quad \text{si ha}$$

$$\eta = \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha + \text{tg} \varphi} \quad \text{RENDIMENTO DEL PIANO INCLINATO}$$

Da notare che il rendimento è indipendente dalla misura del peso del corpo.

*Osservazione:*

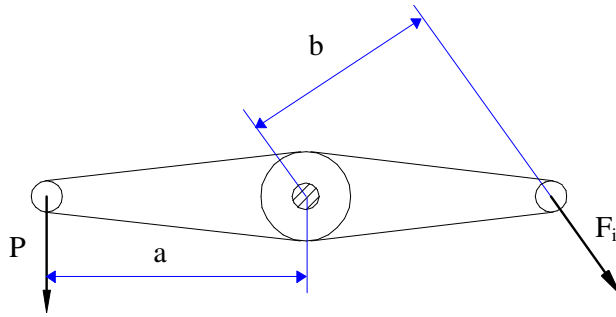
$$\text{per } \eta = 0,5 \quad \text{si ha } \frac{\text{tg} \alpha}{\text{tg} \alpha + \text{tg} \varphi} = 0,5 \quad \text{che è soddisfatta solo se } \text{tg} \alpha = \text{tg} \varphi$$

Questa relazione è l'espressione dell'equilibrio limite per un corpo strisciante su un piano inclinato.

per  $\eta < 0,5$  si ha  $\text{tg} \alpha < \text{tg} \varphi$  e il moto di discesa risulta impossibile poiché la resistenza d'attrito supera la componente motrice del peso. Ciò significa che il meccanismo gode della PROPRIETÀ DELL'ARRESTO SPONTANEO, in quanto, pur venendo a mancare la forza motrice, non esiste la possibilità dell'inversione del moto, se non interviene un'altra forza esterna.

La proprietà dell'arresto spontaneo si manifesta in altri meccanismi o in altre coppie cinematiche e condizione necessaria affinché si realizzi è che il rendimento sia inferiore a 0,5:  $\eta < 0,5$ .

## RENDIMENTO DELLA LEVA



Affinché si realizzi l'equilibrio deve accadere:

CASO IDEALE → assenza di attriti ( $R = 0$ ) e quindi i momenti della forza motrice e della forza resistente rispetto all'asse di rotazione della leva (fulcro) devono essere uguali e opposti

$$F_i \cdot b = P \cdot a \quad \text{quindi}$$

$$F_i = \frac{a}{b} \cdot P$$

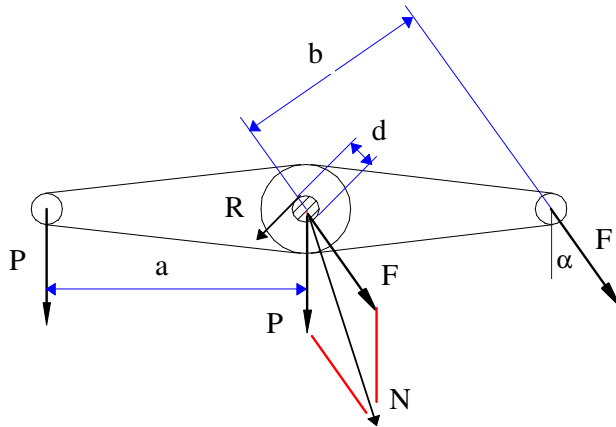
CASO REALE → presenza di attriti ( $R \neq 0$ ) e quindi

$$F \cdot b = P \cdot a + R \cdot \frac{d}{2} \quad \text{essendo } R = f \cdot N \Rightarrow$$

$$F \cdot b = P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2} \quad \text{con } N = \vec{P} + \vec{F}$$

$$F = \frac{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}{b}$$

Il modulo della forza premente  $N$  si calcola applicando il teorema di Carnot.

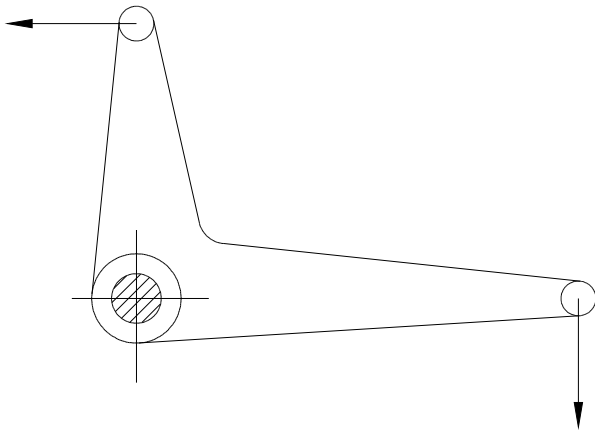


Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{\frac{a}{b} \cdot P}{\frac{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}{b}} = \frac{P \cdot a}{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}$$

RENDIMENTO DELLA LEVA



**RENDIMENTO DELLA PULEGGIA FISSA**

La puleggia è costituita da un disco, girevole intorno ad un asse, munito di una gola nella quale si avvolge una fune o una catena alle cui estremità sono collegate le forze resistente e motrice.

E' una leva a bracci uguali di lunghezza pari al raggio del disco, con il fulcro sull'asse di rotazione.

