

MACCHINE SEMPLICI e COMPOSTE

(Distillazione verticale)

OBIETTIVI: { conoscenza del principio di funzionamento delle macchine
sapere svolgere applicazioni sulle macchine

- Macchina (def.)
 - Forza resistente (def.)
 - Forza motrice (def.)
 - Vantaggio (def. + formula)
- Macchine semplici (def.)
 - Leva
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Pulegge o carrucole
 - Puleggia fissa
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Puleggia mobile
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Verricello semplice
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Piano inclinato
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio
 - Forza motrice parallela al piano inclinato (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Forza motrice orizzontale (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
- Macchine composte (def.)
 - Paranco semplice
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vantaggio (calcolo)
 - Paranco multiplo o taglia
 - Parti costituenti (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)

Vantaggio (calcolo)

MACCHINE SEMPLICI E COMPOSTE - SCHEDA DI LEZIONE

MACCHINA: dispositivo con cui si vince o si equilibra una forza resistente, applicando una forza motrice, in genere diversa come direzione e/o come intensità. Costituiscono di solito un sistema labile, cioè solo parzialmente vincolato, in cui resta una possibilità di movimento.

FORZA MOTTRICE: è la forza applicata alla macchina.

FORZA RESISTENTE: è la forza da equilibrare o da vincere.

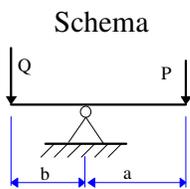
VANTAGGIO: è il rapporto tra l'intensità della forza resistente e l'intensità della forza motrice.

$$\text{Vantaggio} = \frac{\text{intensità forza resistente}}{\text{intensità forza motrice}} ; \quad K = \frac{Q}{P} \Rightarrow \begin{cases} K > 1 & \text{la macchina è vantaggiosa} \\ K = 1 & \text{la macchina è indifferente} \\ K < 1 & \text{la macchina è svantaggiosa} \end{cases}$$

MACCHINE SEMPLICI: dispositivi elementari non ulteriormente riducibili, cioè uguali a se stesse.

LEVA: è costituita da un'asta rigida che ruota attorno ad un punto fisso detto fulcro.

a) Leva di 1° genere



Equazione di equilibrio

$$P \cdot a = Q \cdot b$$

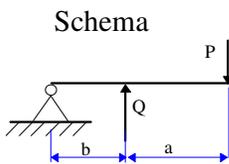
$$P = \frac{b}{a} Q$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{b}{a} Q} = \frac{a}{b}$$

$$K \begin{cases} > 1 & \text{se } a > b \\ = 1 & \text{se } a = b \\ < 1 & \text{se } a < b \end{cases}$$

b) Leva di 2° genere (schiaccianoci, carriola)



Equazione di equilibrio

$$P \cdot (a + b) = Q \cdot b$$

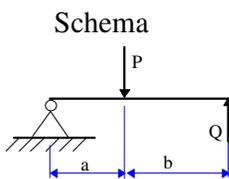
$$P = \frac{b}{a + b} Q$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{b}{a+b} Q} = \frac{a+b}{b}$$

$$K \geq 1 \text{ sempre}$$

c) Leva di 3° genere (pinza per ghiaccio)



Equazione di equilibrio

$$P \cdot a = Q \cdot (a + b)$$

$$P = \frac{a + b}{a} Q$$

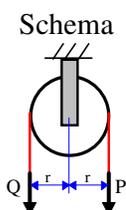
Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{a+b}{a} Q} = \frac{a}{a+b}$$

$$K \leq 1 \text{ sempre}$$

PULEGGIA: è costituita da un disco, girevole intorno ad un asse, munito di una gola nella quale si avvolge una fune o una catena alle cui estremità sono collegate le forze resistente e motrice.

A) **PULEGGIA FISSA:** è una leva a bracci uguali di lunghezza pari al raggio del disco, con il fulcro sull'asse di rotazione.



Equazione di equilibrio
per l'equilibrio alla rotazione

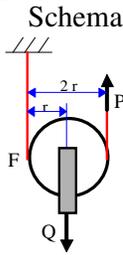
$$P \cdot r = Q \cdot r$$

$$P = \frac{r}{r} Q = Q$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{Q} = 1$$

B) PULEGGIA MOBILE: ha un estremo della fune collegato ad un punto fisso e all'altro estremo è applicata la forza motrice che solleva tutto il sistema e quindi anche la forza resistente. Il fulcro è il punto di contatto tra fune e puleggia e varia durante il movimento.



Equazione di equilibrio
per l'equilibrio alla rotazione

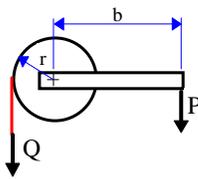
$$P \cdot 2r = Q \cdot r$$

$$P = \frac{r}{2r} Q = \frac{Q}{2}$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{Q}{2}} = 2$$

VERRICELLO SEMPLICE: è costituito da un tamburo cilindrico, mosso da una manovella, intorno al quale si avvolge la fune alla cui estremità è collegata la forza resistente.



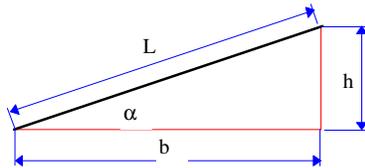
Vantaggio
Equazione di equilibrio
per l'equilibrio alla rotazione

$$P \cdot b = Q \cdot r$$

$$P = \frac{r}{b} Q$$

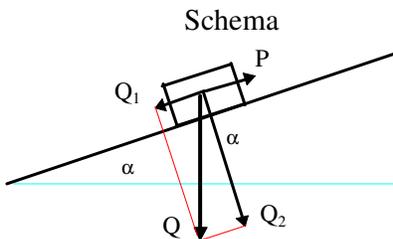
$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{r}{b} Q} = \frac{b}{r}$$

PIANO INCLINATO: è costituito da un piano di lunghezza L inclinato di un certo angolo rispetto all'orizzontale. La tangente dell'angolo si chiama pendenza del piano inclinato.



$$\frac{h}{b} = \text{tg } \alpha = i \text{ pendenza}$$

1) FORZA MOTRICE PARALLELA AL PIANO INCLINATO (si suppongono nulli gli attriti).



Equazione di equilibrio
per l'equilibrio alla traslazione

$$P = Q_1 = Q \sin \alpha$$

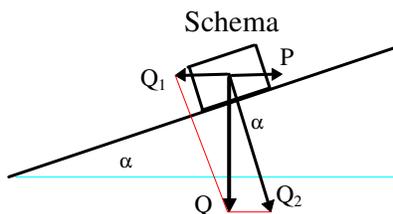
Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{Q \cdot \sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha}$$

$K > 1$ per $0^\circ < \alpha < 90^\circ$
 $K = 1$ per $\alpha = 90^\circ$

$$Q_1 = Q \sin \alpha \quad ; \quad Q_2 = Q \cos \alpha$$

2) FORZA MOTRICE ORIZZONTALE (si suppongono nulli gli attriti).



Equazione di equilibrio
per l'equilibrio alla traslazione

$$P = Q_1 = Q \text{tg } \alpha$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{Q \cdot \text{tg } \alpha} = \frac{1}{\text{tg } \alpha} = \frac{1}{i}$$

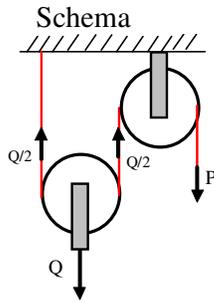
$K > 1$ per $0^\circ < \alpha < 45^\circ$
 $K = 1$ per $\alpha = 45^\circ$
 $K < 1$ per $\alpha > 45^\circ$

$$Q_1 = Q \text{tg } \alpha = Q i \quad ; \quad Q_2 = Q / \cos \alpha$$

Per α piccolo $\Rightarrow \sin \alpha \approx \text{tg } \alpha$

MACCHINE COMPOSTE: dispositivi costituiti da più macchine semplici collegate in modo da avere la sovrapposizione degli effetti.

PARANCO SEMPLICE: è costituito dall'accoppiamento di una puleggia mobile con una puleggia fissa il cui unico scopo è quello di cambiare il verso della forza motrice.



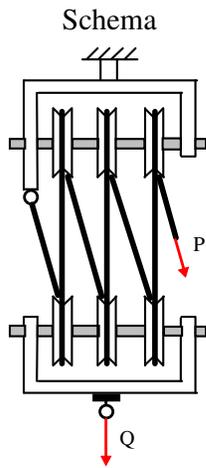
Equazione di equilibrio

$$P = \frac{Q}{2}$$

Vantaggio

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{Q}{2}} = 2$$

PARANCO MULTIPLO O TAGLIA: è costituito da una serie di pulegge fisse contenute in un'unica staffa e da una serie di pulegge fisse mobili contenute in un'unica staffa collegate da una fune.



Equazione di equilibrio

per n pulegge mobili

$$P = \frac{Q}{2n}$$

Vantaggio

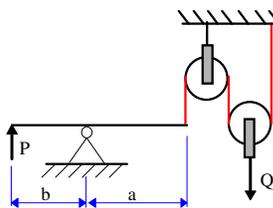
$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{Q}{2n}} = 2n$$

ESERCIZIO SVOLTO

Calcolare il valore dell'intensità della forza P per mantenere in equilibrio il sistema e il vantaggio della macchina nel suo complesso.

Attraverso la fune del paranco, sulla estremità destra della leva agisce una forza diretta verso l'alto di intensità pari a $Q/2$.

Per l'equilibrio alla rotazione della leva rispetto al suo fulcro, il momento della forza P deve uguagliare il momento della forza $Q/2$.

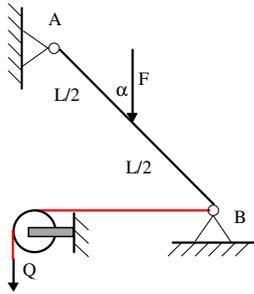


$$P b = \frac{Q}{2} a \Rightarrow P = Q \frac{a}{2 b}$$

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{Q \frac{a}{2 b}} = \frac{2 b}{a}$$

ESERCIZI SULLE MACCHINE

1) Calcolare il valore dell'intensità della forza Q per mantenere in equilibrio il sistema.

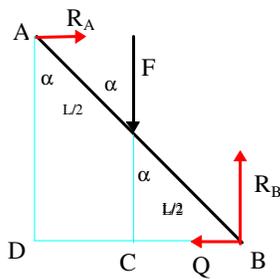


L'asta AB è soggetta al carico esterno F noto in intensità, verso e linea d'azione, al carico esterno Q trasmesso attraverso la fune e alle reazioni vincolari R_A ed R_B noti come linee d'azione e versi, ma non come intensità. Perché l'asta risulti in equilibrio, devono essere soddisfatte le tre equazioni cardinali della statica e cioè:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{equazione di equilibrio alla traslazione orizzontale}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \text{equazione di equilibrio alla traslazione verticale}$$

$$\sum M = 0 \quad \text{equazione di equilibrio alla rotazione}$$



$$\sum F_x = 0 ; R_A - Q = 0 ; R_A = Q$$

$$\sum F_y = 0 ; R_B - F = 0 ; R_B = F$$

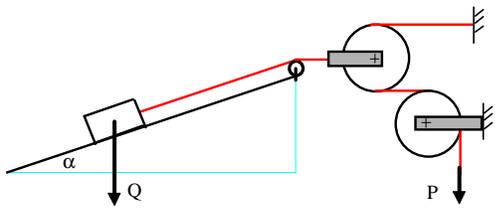
$$\sum M_B = 0 ; R_A \cdot \overline{AD} - F \cdot \overline{CB} = 0$$

$$R_A L \cos \alpha - F \frac{L}{2} \sin \alpha = 0$$

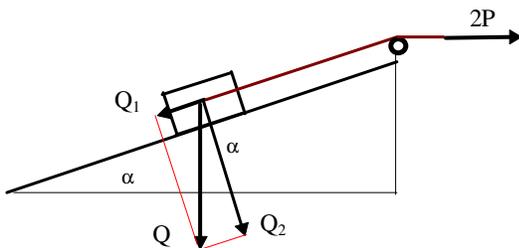
$$R_A = \frac{F \frac{L}{2} \sin \alpha}{L \cos \alpha} = \frac{F \sin \alpha}{2 \cos \alpha} = \frac{F}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

$$Q = R_A = \frac{F}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

2) Calcolare il valore dell'intensità della forza P per mantenere in equilibrio il sistema e il vantaggio della macchina nel suo complesso.



Il paranco trasmette alla fune che collega il corpo posto sul piano inclinato, una forza pari a $2P$ e quindi per l'equilibrio alla traslazione lungo la direzione del piano inclinato, la forza trasmessa dal paranco deve essere uguale alla componente del peso Q lungo la direzione parallela al piano inclinato.



$$2P = Q_1 = Q \sin \alpha$$

$$P = \frac{Q \sin \alpha}{2}$$

$$K = \frac{Q}{P} = \frac{Q}{\frac{Q \sin \alpha}{2}} = \frac{2}{\sin \alpha}$$