

TRASMISSIONE DEL MOTO

(Distillazione verticale)

OBIETTIVI: { conoscenza del principio di funzionamento delle macchine semplici
(coppie cinematiche elementari) e calcolo dei rendimenti;
sapere svolgere applicazioni sulle macchine.

- Macchina (def.)
- Meccanismo (def.)
- Coppia cinematica (def.)
 - Prismatica (def.)
 - Rotoidale (def.)
 - Elicoidale (def.)
- Catena cinematica (def.)
- Rendimento meccanico (def. + formula)
 - Per macchine disposte in serie (def. + formula)
 - Per macchine disposte in parallelo (def. + formula)
- Perdita di rendimento (formula)
- Coppia cinematica elementare (def.)
 - Piano inclinato (appl.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Rendimento (calcolo)
 - Arresto spontaneo (calcolo)
 - Leve (appl.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Rendimento (calcolo)
 - Puleggia fissa (appl.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Rendimento (calcolo)
 - Puleggia mobile (appl.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Verricello semplice
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Paranco semplice
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Equazione di equilibrio (calcolo)
 - Vite - madrevite (appl.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Rendimento (calcolo)
- Quadrilatero articolato piano (descr.)
 - Principio di funzionamento (descr.)
 - Rapporto di trasmissione (def.)
 - Quadrilateri di Grashof (def.)
 - Tipi di quadrilateri (descr.)

COPPIE CINEMATICHE E MECCANISMI

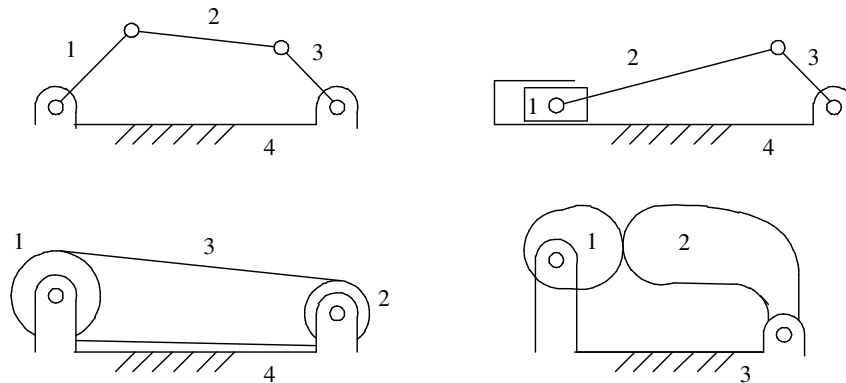
MACCHINA: è un sistema di organi disposti in modo tale da compiere, muovendosi sotto l'azione di forze opportunamente applicate, lavoro di interesse industriale.

Una macchina ha il compito di trasformare una energia di un certo tipo in essa entrante in energia, in generale di diverso tipo, da essa uscente con la duplice funzione di trasmettere movimento e forze e quindi in definitiva di trasmettere potenza.

MECCANISMO: è un sistema di organi (dispositivo) considerato solo dal punto di vista del movimento e nel quale uno degli organi è fisso (l'organo fisso si chiama telaio o ponte).

Gli organi che compongono una macchina, o un meccanismo, si chiamano membri; un membro può essere costituito, per ragioni costruttive, da più pezzi montati uno sull'altro, purché dal punto di vista funzionale si comportino come un pezzo solo (esempio: ruote dentate calettate su alberi). Nella maggior parte dei casi ciascun membro è a contatto con due membri del meccanismo.

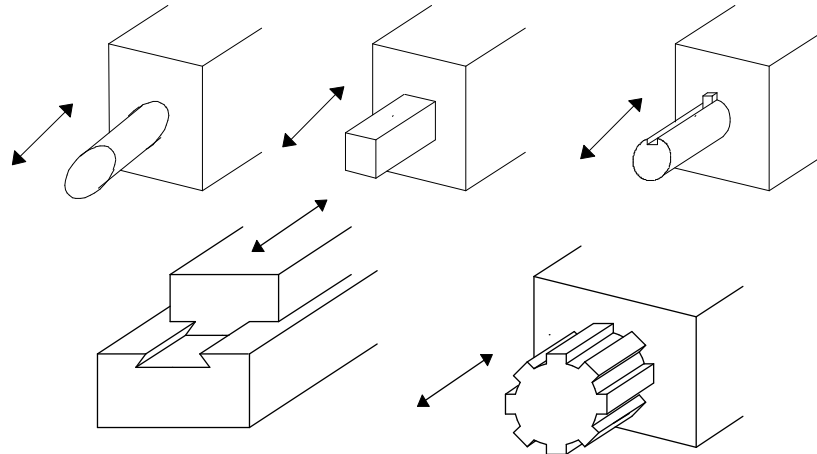
Esempi di meccanismi (ciascun membro è contrassegnato da un numero)



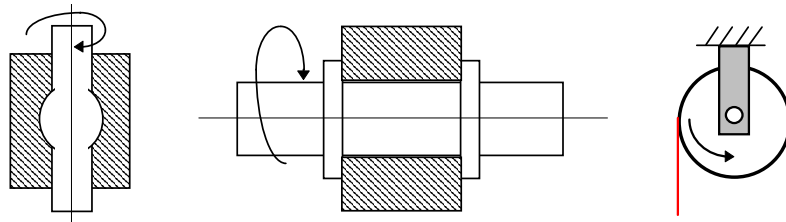
COPPIA CINEMATICA: è un insieme di due organi meccanici rigidi accoppiati in modo tale da permettere un moto relativo, determinato dalle superfici di contatto. Se le superfici rigide a contatto combaciano fra loro consentendo al moto relativo un unico movimento (grado di libertà), la coppia cinematica è una coppia elementare.

Fra le coppie elementari distinguiamo:

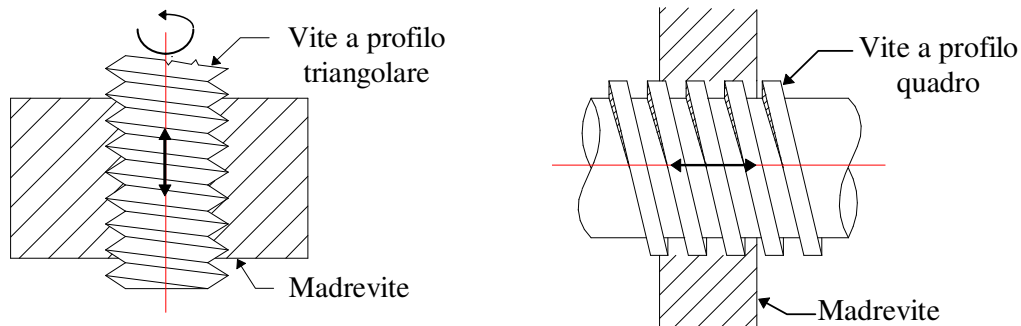
- **COPPIA PRISMATICA:** le superfici combacianti sono cilindriche (non rotonde) o prismatiche e consentono solo un moto relativo di traslazione



- **COPPIA ROTOIDALE:** le superfici combacianti sono due superfici di rivoluzione e consentono solo un moto relativo di rotazione attorno ad un asse



- **COPPIA ELICOIDALE:** si realizza con l'accoppiamento vite - madrevite e consente un moto elicoidale, cioè una rotazione attorno ad un asse e una traslazione lungo lo stesso asse.



CATENA CINEMATICA: è una successione di coppie cinematiche in cui ogni elemento è collegato con quello che lo precede e con quello che lo segue, realizzando la possibilità di trasmissione del moto. Una catena cinematica diviene un meccanismo quando un suo membro viene fissato a fungere da telaio.

FORZE AGENTI SULLE MACCHINE

Le forze o le coppie agenti sulle macchine possono essere così classificate:

- **FORZA MOTRICE:** produce il movimento della macchina compiendo lavoro positivo (forza e spostamento hanno lo stesso verso);
- **FORZA RESISTENTE:** si oppone al movimento della macchina compiendo lavoro negativo (forza e spostamento hanno verso opposto);
- **FORZE ESTERNE:** derivano dall'azione di corpi esterni alla macchina, o dall'azione di campi di forze (forze di gravità, di inerzia);
- **FORZE INTERNE:** nascono nel contatto fra i membri della macchina (forze mutuamente scambiate, forze di attrito).

RENDIMENTO MECCANICO

Consideriamo una macchina alla quale siano applicate forze e/o coppie motrici e forze e/o coppie resistenti. Dopo un certo periodo di funzionamento le forze motrici avranno erogato lavoro L_m e le forze resistenti avranno assorbito il lavoro L_r , mentre le forze interne d'attrito avranno assorbito il lavoro L_p (lavoro perduto per attriti).

La somma algebrica dei lavori compiuti, in un certo intervallo di tempo, da tutte le forze agenti sulla macchina, è uguale alla variazione subita dall'energia cinetica della macchina (somma delle energie cinetiche dei suoi membri) nello stesso intervallo di tempo

$$L_m - L_r - L_p = \Delta E$$

Se $\Delta E = 0$ per un certo intervallo di tempo di funzionamento della macchina, diciamo che la macchina funziona in condizioni di regime assoluto, quindi:

$$L_m - L_r - L_p = 0 \Rightarrow L_m = L_r + L_p$$

In queste condizioni si definisce rendimento della macchina il rapporto

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} \quad \text{RENDIMENTO} \quad \eta < 1 \quad \text{sempre}$$

Il rendimento può essere espresso con un numero decimale o in percentuale.

$$\begin{array}{ll} \text{Esempio: } \eta = 0,83 & \text{corrisponde } \eta = 83\% \\ \eta = 92\% & \text{corrisponde } \eta = 0,92 \end{array}$$

Il rendimento è un indice che ben si presta alla valutazione dell'energia spesa per attrito in una coppia cinematica o in una macchina nel suo complesso. Il rendimento può anche essere espresso come rapporto tra il lavoro motore in condizioni ideali, cioè in assenza di attriti (L_{mi}) e il lavoro motore in condizioni reali (L_m), infatti:

in assenza di attriti si ha $L_p = 0$, quindi dalla espressione

$$L_m - L_r - L_p = 0 \Rightarrow L_{mi} = L_r$$

che sostituita nell'espressione del rendimento, ci permette di calcolare

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{mi}}{L_m}$$

Questa espressione può ancora essere trasformata; chiamando con F_i la forza motrice in condizioni ideali (senza attriti) e con F la forza motrice reale, si può scrivere:

$$\eta = \frac{L_{mi}}{L_m} = \frac{F_i \cdot s}{F \cdot s} \Rightarrow \eta = \frac{F_i}{F} \quad \text{RENDIMENTO}$$

Si definisce perdita di rendimento la quantità

$$1 - \eta = 1 - \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_m - L_r}{L_m} \quad \text{essendo } L_m - L_r = L_p \Rightarrow$$

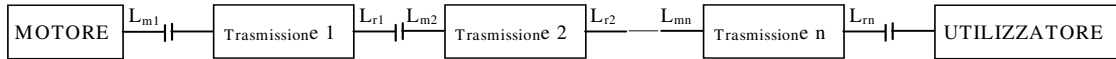
$$1 - \eta = \frac{L_p}{L_m} \quad \text{PERDITA DI RENDIMENTO}$$

RENDIMENTO DI MACCHINE DISPOSTE IN SERIE E IN PARALLELO

Il rendimento di un sistema di macchine disposte in serie composto da n elementi è uguale al prodotto dei rendimenti degli n componenti parziali

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_{n-1} \cdot \eta_n$$

Infatti dati n elementi in serie



si ha $L_{r1} = L_{m2}$, $L_{r2} = L_{m3}$, quindi

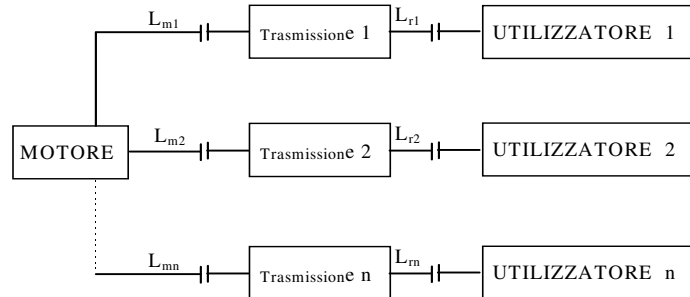
$$\eta = \frac{L_m}{L_{m1}} = \frac{L_{r1}}{L_{m1}} \cdot \frac{L_{r2}}{L_{m2}} \cdot \dots \cdot \frac{L_{rn}}{L_{mn}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

Il rendimento di un sistema di macchine disposte in parallelo composto da n elementi è uguale alla media ponderata del rendimento dei singoli elementi, essendo pesi i lavori motore

$$\eta = \frac{L_{m1} \cdot \eta_1 + L_{m2} \cdot \eta_2 + \dots + L_{mn} \cdot \eta_n}{L_m}$$

Infatti dati n elementi in parallelo



$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{L_{r1} + L_{r2} + \dots + L_{rn}}{L_{m1} + L_{m2} + \dots + L_{mn}} \quad \text{poichè} \quad L_{r1} = L_{m1} \cdot \eta_1$$

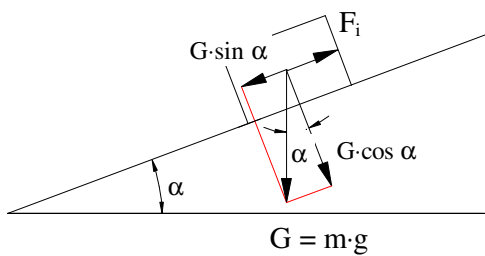
$$\dots \dots \dots$$

$$L_m = L_{mn} \cdot \eta_n \Rightarrow$$

$$\eta = \frac{L_{m1} \cdot \eta_1 + L_{m2} \cdot \eta_2 + \dots + L_{mn} \cdot \eta_n}{L_m}$$

Quindi mentre nella disposizione in serie il rendimento complessivo risente direttamente del rendimento di ciascun elemento, nella disposizione in parallelo sul rendimento complessivo influiscono di più i rendimenti degli elementi che assorbono una sensibile aliquota del lavoro erogato dal motore.

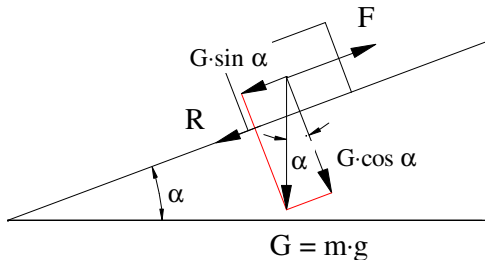
RENDIMENTO DEL PIANO INCLINATO



Affinché si realizzi il moto di salita uniforme deve accadere:

CASO IDEALE $\rightarrow$ assenza di attriti ($R = 0$) e quindi

$$F_i = G \cdot \sin \alpha$$



CASO REALE $\rightarrow$ presenza di attriti ($R \neq 0$) e quindi

$$F = G \cdot \sin \alpha + R$$

$$\text{poiché } R = f \cdot G \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$F = G \cdot \sin \alpha + f \cdot G \cdot \cos \alpha$$

Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot \sin \alpha + f \cdot G \cdot \cos \alpha} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)} \quad \text{semplificando}$$

$$\eta = \frac{\sin \alpha}{(\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha)} \quad \text{dividendo ogni termine per } \cos \alpha \text{ otteniamo}$$

$$\eta = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + f \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + f} \quad \text{ricordando che } f = \tan \varphi \text{ si ha}$$

$$\eta = \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \varphi} \quad \text{RENDIMENTO DEL PIANO INCLINATO}$$

Da notare che il rendimento è indipendente dalla misura del peso del corpo.

Affinché si realizzi il moto uniforme di salita si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale,

mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$

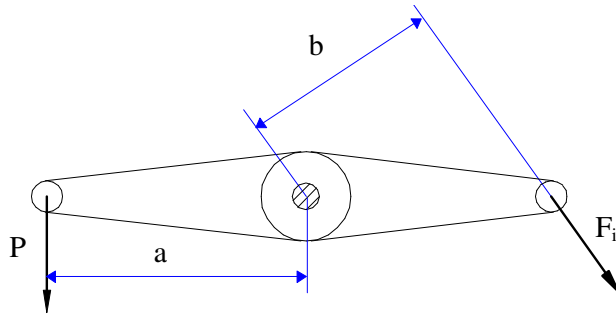
Osservazione:

$$\text{per } \eta = 0,5 \text{ si ha } \frac{\tan \alpha}{\tan \alpha + \tan \varphi} = 0,5 \text{ che è soddisfatta solo se } \tan \alpha = \tan \varphi$$

Questa relazione è l'espressione dell'equilibrio limite per un corpo strisciante su un piano inclinato. per $\eta < 0,5$ si ha $\tan \alpha < \tan \varphi$ e il moto di discesa risulta impossibile poiché la resistenza d'attrito supera la componente motrice del peso. Ciò significa che il meccanismo gode della PROPRIETÀ DELL'ARRESTO SPONTANEO, in quanto, pur venendo a mancare la forza motrice, non esiste la possibilità dell'inversione del moto, se non interviene un'altra forza esterna.

La proprietà dell'arresto spontaneo si manifesta in altri meccanismi o in altre coppie cinematiche e condizione necessaria affinché si realizzi è che il rendimento sia inferiore a 0,5: $\eta < 0,5$.

RENDIMENTO DELLA LEVA



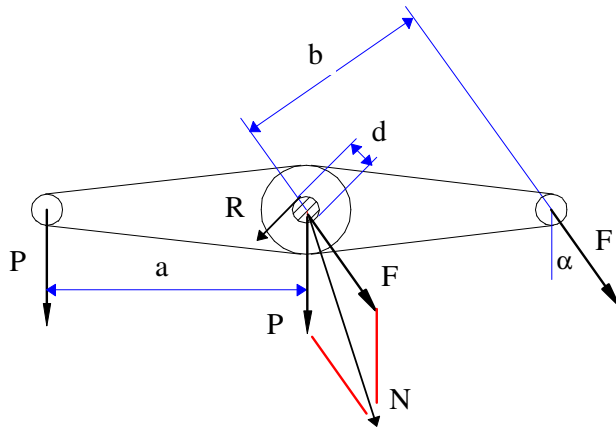
Affinché si realizzi l'equilibrio deve accadere:

CASO IDEALE → assenza di attriti ($R = 0$) e quindi i momenti della forza motrice e della forza resistente rispetto all'asse di rotazione della leva (fulcro) devono essere uguali e opposti

$$F_i \cdot b = P \cdot a \quad \text{quindi}$$

$$F_i = \frac{a}{b} \cdot P$$

CASO REALE → presenza di attriti ($R \neq 0$) e quindi



$$F \cdot b = P \cdot a + R \cdot \frac{d}{2} \quad \text{essendo } R = f \cdot N \Rightarrow$$

$$F \cdot b = P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2} \quad \text{con } N = \vec{P} + \vec{F}$$

$$F = \frac{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}{b}$$

Il modulo della forza premente N si calcola applicando il teorema di Carnot.

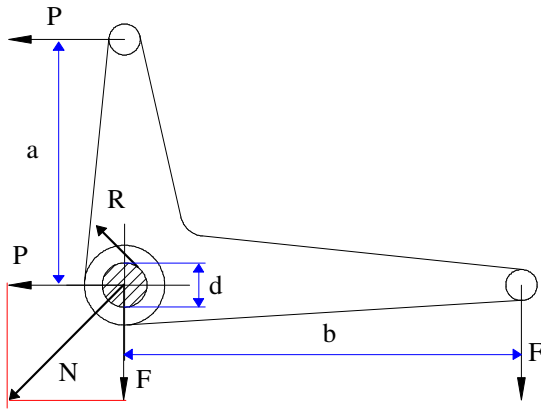
Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{\frac{a}{b} \cdot P}{\frac{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}{b}} = \frac{P \cdot a}{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}$$

RENDIMENTO DELLA LEVA

Affinché si realizzi l'equilibrio si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale, mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$



Affinché si realizzi l'equilibrio deve accadere:

CASO IDEALE → assenza di attriti ($R = 0$)

$$F_i \cdot b = P \cdot a$$

CASO REALE → presenza di attriti ($R \neq 0$)

$$F \cdot b = P \cdot a + R \cdot \frac{d}{2} \quad \text{essendo } R = f \cdot N \Rightarrow$$

$$F \cdot b = P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2} \quad \text{con } N = \vec{P} + \vec{F}$$

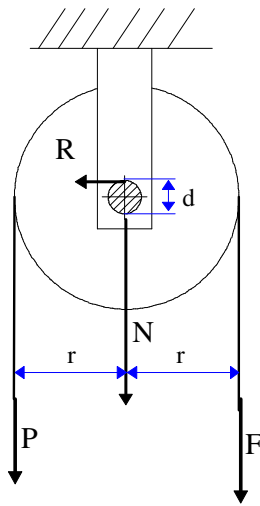
$$F = \frac{P \cdot a + f \cdot N \cdot \frac{d}{2}}{b}$$

Il modulo della forza premente N si calcola applicando il teorema di Pitagora.

RENDIMENTO DELLA PULEGGIA FISSA

La puleggia è costituita da un disco, girevole intorno ad un asse, munito di una gola nella quale si avvolge una fune o una catena alle cui estremità sono collegate le forze resistente e motrice.

E' una leva a bracci uguali di lunghezza pari al raggio del disco, con il fulcro sull'asse di rotazione.



Affinché si realizzi il moto uniforme deve accadere:

CASO IDEALE → assenza di attriti ($R = 0$) e quindi i momenti della forza motrice e della forza resistente rispetto all'asse di rotazione della puleggia (fulcro) devono essere uguali e opposti

$$F_i \cdot r = P \cdot r \quad \text{quindi} \quad F_i = P$$

CASO REALE → presenza di attriti ($R \neq 0$), trascurando l'attrito di avvolgimento della fune si ha:

$$F \cdot r = P \cdot r + R \cdot \frac{d}{2} \quad \text{essendo} \quad R = f \cdot N \Rightarrow$$

$$F \cdot r = P \cdot r + f \cdot N \cdot \frac{d}{2} \quad \text{con} \quad N = \vec{P} + \vec{F} = 2P \quad \text{quindi}$$

$$F = \frac{P \cdot r + f \cdot 2P \cdot \frac{d}{2}}{r} = \frac{P \cdot r + f \cdot P \cdot d}{r} = P + \frac{f \cdot P \cdot d}{r} = P \cdot \left(1 + \frac{f \cdot d}{r}\right)$$

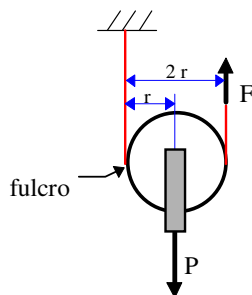
Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{P}{P \cdot \left(1 + \frac{f \cdot d}{r}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{f \cdot d}{r}} \quad \text{RENDIMENTO DELLA PULEGGIA}$$

Affinché si realizzi il moto uniforme si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale, mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$

PULEGGIA MOBILE: ha un estremo della fune collegato ad un punto fisso e all'altro estremo è applicata la forza motrice che solleva tutto il sistema e quindi anche la forza resistente. Il fulcro è il punto di contatto tra fune e puleggia e varia durante il movimento.



per l'equilibrio alla rotazione nel caso ideale

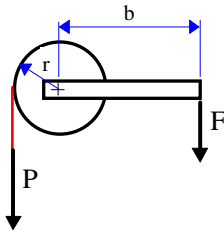
$$F_i \cdot 2r = P \cdot r$$

$$F_i = \frac{r}{2r} P = \frac{P}{2}$$

Affinché si realizzi il moto uniforme si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale, mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$, dove η è il rendimento della puleggia mobile.

VERRICELLO SEMPLICE: è costituito da un tamburo cilindrico, mosso da una manovella, intorno al quale si avvolge la fune alla cui estremità è collegata la forza resistente.

per l'equilibrio alla rotazione nel caso ideale

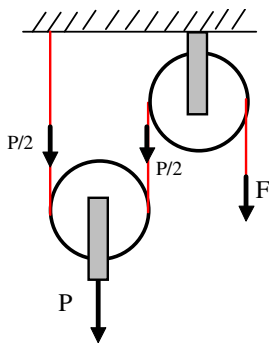


$$F_i \cdot b = P \cdot r$$

$$F_i = \frac{r}{b} \cdot P$$

Affinché si realizzi il moto uniforme si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale, mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$, dove η è il rendimento del verricello semplice. Il verricello ha un rendimento variabile tra 0,70 e 0,75.

PARANCO SEMPLICE: è costituito dall'accoppiamento di una puleggia mobile con una puleggia fissa il cui unico scopo è quello di cambiare il verso della forza motrice. E' una macchina costituita da due elementi in serie e cioè da una puleggia mobile e da una puleggia fissa.



Equazione di equilibrio nel caso ideale

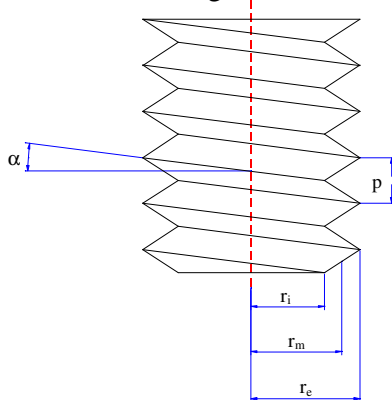
$$F_i = \frac{P}{2}$$

Affinché si realizzi il moto uniforme si deve applicare una forza di valore F_i nel caso ideale, mentre nella realtà se ne deve applicare una più grande che vale $F = \frac{F_i}{\eta}$, dove $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$ è il rendimento del

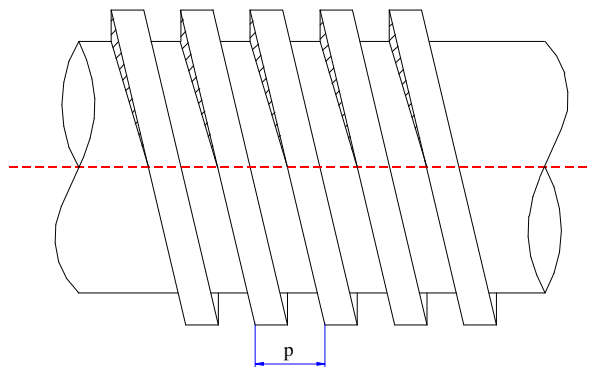
paranco semplice che viene calcolato come prodotto dei rendimenti dei singoli elementi (puleggia fissa e puleggia mobile) che compongono la macchina.

RENDIMENTO DELLA COPPIA ELICOIDALE VITE - MADREVITE

Vite a profilo triangolare, usata generalmente come organo di collegamento



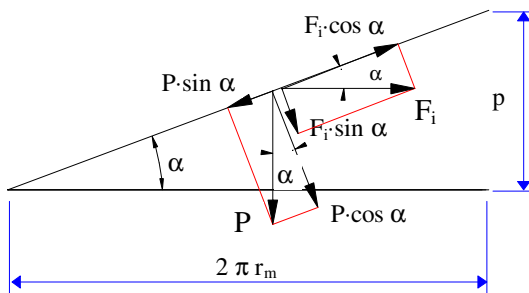
Vite a profilo quadro, usata generalmente come organo di manovra per trasmettere il moto



Ad ogni rotazione della vite si ha un avanzamento pari al passo della vite.

Sviluppando l'elicoide in un piano, si ricade in una situazione analoga a quella di un piano inclinato, in cui la forza motrice è disposta orizzontalmente.

Se α è l'angolo di inclinazione del filetto, con p si indica il passo della vite e con r_m il raggio medio della vite (media aritmetica tra raggio esterno e raggio interno) si ha:



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\text{passo}}{\text{circonferenza media}} = \frac{p}{2\pi \cdot r_m} \Rightarrow$$

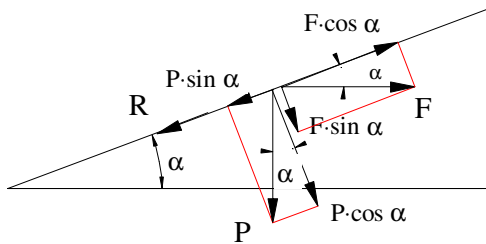
$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{p}{2\pi \cdot r_m} \right)$$

Affinché si realizzi il moto uniforme deve accadere:

CASO IDEALE $\rightarrow$ assenza di attriti ($R = 0$) e quindi

$$F_i \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha \quad \text{da cui si calcola}$$

$$F_i = P \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow F_i = P \cdot \operatorname{tg} \alpha$$



CASO REALE $\rightarrow$ presenza di attriti ($R \neq 0$) e quindi

$$F \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha + R$$

$$\text{poiché } R = f \cdot N = f \cdot (P \cdot \cos \alpha + F \cdot \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$F \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha + f \cdot (P \cdot \cos \alpha + F \cdot \sin \alpha) \Rightarrow$$

$$F \cdot \cos \alpha = P \cdot \sin \alpha + f \cdot P \cdot \cos \alpha + f \cdot F \cdot \sin \alpha \Rightarrow$$

$$F \cdot \cos \alpha - f \cdot F \cdot \sin \alpha = P \cdot \sin \alpha + f \cdot P \cdot \cos \alpha \Rightarrow$$

$$F \cdot (\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha) = P \cdot (\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha) \quad \text{da cui si ricava}$$

$$F = P \cdot \frac{\sin \alpha + f \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha - f \cdot \sin \alpha} \quad \text{dividendo per } \cos \alpha \Rightarrow$$

$$F = P \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + f}{1 - f \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad \text{ricordando che } f = \operatorname{tg} \varphi \Rightarrow$$

$$F = P \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad \text{poiché si dimostra che } \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \varphi}{1 - \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \alpha} = \operatorname{tg} (\alpha + \varphi) \Rightarrow$$

$$F = P \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)$$

Richiamando l'espressione del rendimento

$$\eta = \frac{L_r}{L_m} = \frac{F_i}{F} \quad \text{Applicata al caso in studio diventa}$$

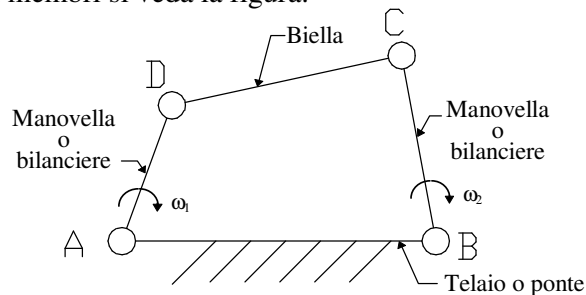
$$\eta = \frac{F_i}{F} = \frac{P \cdot \operatorname{tg} \alpha}{P \cdot \operatorname{tg} (\alpha + \varphi)} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} (\alpha + \varphi)} \quad \text{RENDIMENTO DELLA VITE}$$

La vite ha un rendimento basso variabile tra 0,25 e 0,50, minore per le viti a profilo triangolare. Questa coppia elementare gode della proprietà dell'arresto spontaneo.

QUADRILATERO ARTICOLATO PIANO

Il quadrilatero articolato è un sistema articolato piano (meccanismo) costituito da quattro aste rigide (membri) collegate da quattro coppie rotoidali (cerniere).

Per la denominazione dei membri si veda la figura:

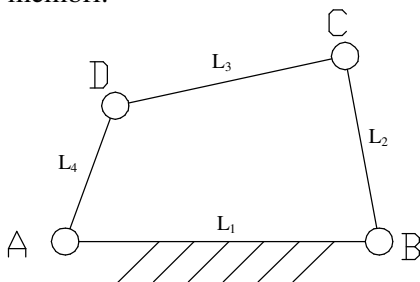


La aste AD e BC si chiamano MANOVELLE quando possono compiere un giro completo (ruotano), BILANCIERI quando possono compiere solo una frazione di giro (oscillano).

I quadrilateri più utilizzati in campo tecnico sono quelli a manovella bilanciere che hanno lo scopo di trasformare il moto rotatorio della manovella in un moto alternativo del bilanciere.

RAPPORTO DI TRASMISSIONE: è il rapporto $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ dove con ω_1 si deve intendere la velocità angolare dell'elemento motore e con ω_2 la velocità angolare dell'elemento utilizzatore.

QUADRILATERI DI GRASHOF: sono i quadrilateri articolati in cui la somma delle lunghezze del membro più corto e del membro più lungo è minore della somma delle lunghezze degli altri due membri.

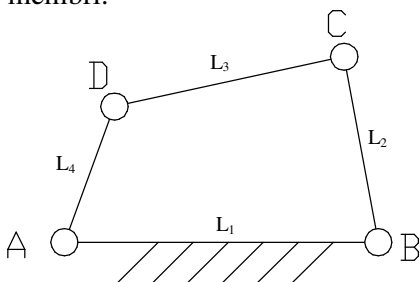


Supponiamo che l'asta AB di lunghezza L_1 sia la più lunga e l'asta DA di lunghezza L_4 la più corta; se si verifica:

$$L_1 + L_4 < L_2 + L_3$$

il quadrilatero è di Grashof.

QUADRILATERI NON DI GRASHOF: sono i quadrilateri articolati in cui la somma delle lunghezze del membro più corto e del membro più lungo è maggiore della somma delle lunghezze degli altri due membri.



Supponiamo che l'asta AB di lunghezza L_1 sia la più lunga e l'asta DA di lunghezza L_4 la più corta; se si verifica:

$$L_1 + L_4 > L_2 + L_3$$

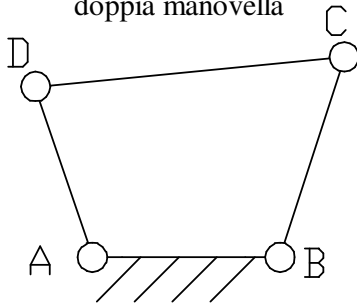
il quadrilatero non è di Grashof.

I quadrilateri di Grashof possiedono la seguente proprietà:

il membro più corto può compiere rotazioni complete rispetto agli altri tre membri.

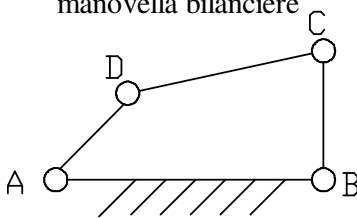
Si hanno i seguenti casi:

Quadrilatero a
doppia manovella



Se il lato più corto è il telaio (membro AB), i due membri AD e BC sono manovelle (cioè possono compiere giri completi) e il quadrilatero è del tipo a DOPPIA MANOVELLA.

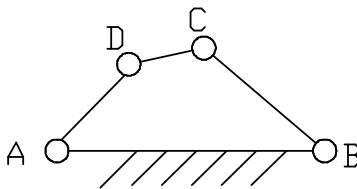
Quadrilatero a
manovella bilanciata



Se il lato più corto è adiacente al telaio, il membro più corto (asta AD) è una manovella mentre il membro BC è un bilanciato.

Il quadrilatero è del tipo a MANOVELLA BILANCIERE.

Quadrilatero a
doppio bilanciato



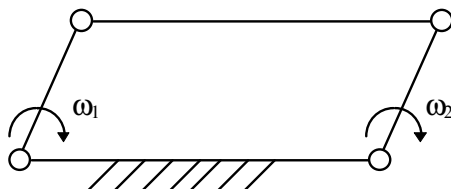
Se il lato più corto è la biella (asta CD), i due membri AD e BC sono bilanciati e il quadrilatero è del tipo a DOPPIO BILANCIERE.

I quadrilateri non di Grashof sono tutti a doppio bilanciato.

Un particolare tipo di quadrilatero articolato è il parallelogramma articolato. Esso gode delle seguenti proprietà:

- la biella resta sempre parallela al telaio, quindi trasla senza ruotare e le velocità dei punti della biella sono uguali;
- le aste collegate al telaio sono due manovelle e ruotano con la stessa velocità angolare.

Parallelogramma articolato



Il rapporto di trasmissione è unitario infatti:

$$\omega_1 = \omega_2 \Rightarrow i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = 1$$

Trasmette il moto con velocità angolari di uguale segno.