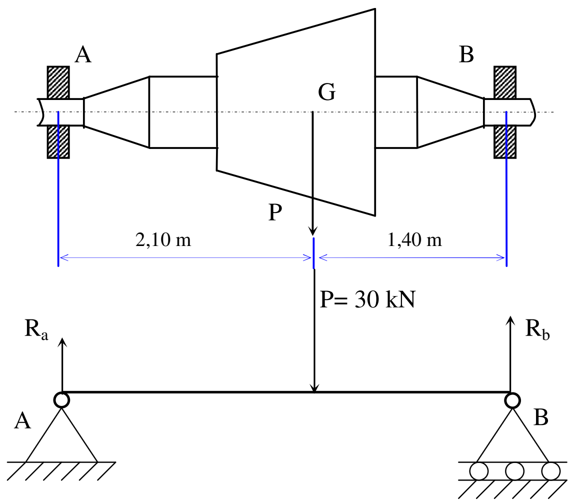
Esercizio: DIMENSIONAMENTO ALBERO E PERNI

La girante di una turbina a vapore (vedi schema in figura), che sviluppa 11000 kW al regime di 3000 giri/min, pesa 30 kN ed è sostenuta da due perni a strisciamento posti alle due estremità dell'albero. Assumendo opportunamente i dati mancanti e trascurando l'eventualità di spinte assiali, determinare il diametro dell'albero e le dimensioni dei perni.



L'albero è soggetto contemporaneamente a flessione dovuta al carico P e a torsione dovuta al momento torcente

$$M_t = \frac{9549 \cdot P_{kW}}{n} = \frac{9549 \times 11000}{3000} = 35013\ \text{N} \cdot \text{m}$$

QUINDI L'ALBERO DEVE ESSERE PROGETTATO A FLESSOTORSIONE.

Lo schema statico di calcolo è quello in figura,con i valori delle reazioni vincolari pari a:

$R_a = 12$ kN $\qquad$ $R_b = 18$ kN

Il momento flettente massimo si ha in corrispondenza della sezione dove è applicato il carico P e vale:
$$M_{f\,max} = R_a \cdot 2{,}1 = 12\ \text{kN} \times 2{,}1\ \text{m} = 25{,}2\ \text{kN} \cdot \text{m}$$

Dalla teoria è noto che si può calcolare un momento flettente ideale M_{fid} che ha gli stessi effetti del momento flettente e del momento torcente agenti contemporaneamente

$$M_{fid} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2}$$

Noto il momento flettente ideale, sia per la verifica che per il progetto, si procede esattamente come nel caso della flessione.

$$M_{fid} = \sqrt{M_f^2 + \frac{3}{4} M_t^2} = \sqrt{(25200\ \text{Nm})^2 + \frac{3}{4}(35013\ \text{Nm})^2} = 39426{,}8\ \text{N} \cdot \text{m}$$

⇒ CALCOLO DI PROGETTO DELL'ALBERO

Scelto il materiale dell'albero (acciaio con $\sigma_{am} = 40\ \text{N/mm}^2$:valore contenuto per tenere conto degli effetti dinamici e della fatica) si calcola l'area minima necessaria (**condizione di economia**) imponendo alle tensioni interne il massimo valore ammissibile (**condizione di sicurezza**).

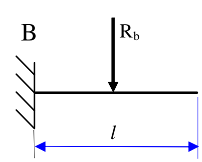
$$W_f = \frac{M_{fid}}{\sigma_{am.}} = \frac{39426800\ \text{Nmm}}{40\ \text{N/mm}^2} = 985670\ \text{mm}^3$$

Poiché per le sezioni circolari piene $W_f \approx 0{,}1 \cdot D^3$ si calcola

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_f}{0{,}1}} = \sqrt[3]{\frac{985670}{0{,}1}} = 214{,}4\ \text{mm} \qquad \text{che si arrotonda a} \qquad D = 215\ \text{mm}$$

⇒ DIMENSIONAMENTO DEL PERNO B

Ricordiamo che il perno viene considerato come una mensola di lunghezza l ,con sezione circolare piena, su cui è applicata, in mezzeria, una forza uguale e opposta alla reazione vincolare del cuscinetto. <u>Per lunghezza l è da intendersi la parte di perno a contatto con il cuscinetto</u>.



Inoltre devono essere soddisfatte nel dimensionamento (vedi teoria) le seguenti tre verifiche:

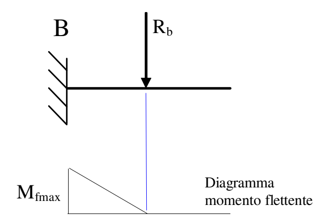
- verifica di resistenza;
- verifica della pressione specifica;
- verifica al surriscaldamento.

➢ Per il caso in oggetto, dato l'elevato regime di rotazione, la condizione di **verifica** più gravosa per il perno è quella al **surriscaldamento**. Pertanto si calcola (**si progetta**) la LUNGHEZZA MINIMA che deve avere il perno, affinché si possa avere uno smaltimento del calore tale da non surriscaldare il perno che striscia nel relativo cuscinetto. Da elaborazione (vedi teoria) si ricava:

$$l = \frac{F \cdot n}{K} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} F \text{ è la forza che si scarica sul perno: nel nostro caso } R_b \\ n \text{ è il regime di rotazione dell'albero in giri/min} \\ K \text{ è un coefficiente tabellato in funzione del grado di lavorazione del perno, del tipo di} \\ \quad \text{lubrificazione, del tipo di raffreddamento: nel nostro caso } K = 250000 \text{ N/mm} \cdot \text{min} \end{cases}$$

$$l = \frac{18000 \times 3000}{250000} = 216 \text{ mm}$$ LUNGHEZZA MINIMA del perno per smaltire il calore generato per attrito nel cuscinetto

➢ Per la **verifica di resistenza**, il perno è soggetto a flessione con valore massimo del momento flettente nella sezione d'incastro, di valore



$$M_{f\,max} = R_b \cdot \frac{l}{2} = 18000 \times \frac{216}{2} = 1944000 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

da cui si calcola $$W_f = \frac{M_{fmax}}{\sigma_{am.}} = \frac{1944000 \text{ Nmm}}{40 \text{ N/mm}^2} = 48600 \text{ mm}^3$$

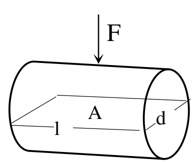
Poiché per le sezioni circolari piene $W_f \approx 0{,}1 \cdot d^3$ si calcola il diametro del perno d

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_f}{0{,}1}} = \sqrt[3]{\frac{48600}{0{,}1}} = 78{,}6 \text{ mm}$$ che si arrotonda a d = 80 mm

➢ Per la **verifica della pressione specifica** (vedi teoria) deve risultare

➢

$$p_s = \frac{F}{A} = \frac{R_b}{l \cdot d} \le p_{am} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} F \text{ è la forza che si scarica sul cuscinetto: nel nostro caso } R_b \\ l \text{ è la lunghezza del perno} \\ d \text{ è il diametro del perno} \\ p_{am} \text{ è tabellata in funzione dell'applicazione e del materiale del cuscinetto} \\ \quad \text{nel nostro caso} \quad p_{am} = 1{,}2 \div 1{,}8 \text{ N/mm}^2 \text{ (valore tabellato)} \end{cases}$$



$$p_s = \frac{18000}{216 \times 80} = 1{,}04 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} < 1{,}2 \quad \text{verifica soddisfatta}$$

⇒ DIMENSIONAMENTO DEL PERNO A

❖ Procedere come per il perno B: LASCIO A VOI IL COMPITO DI FARLO.

❖ Inoltre rappresentare i diagrammi del momento flettente e del taglio sia nello schema statico di calcolo dell'albero, sia in quello del perno.