

ESERCIZI SULLE POMPE CENTRIFUGHE

↳ ESERCIZIO 1

In un impianto di sollevamento per **acqua** sono noti

- Il dislivello geodetico tra i due serbatoi $H_g = 30 \text{ m}$
- La pressione assoluta sul serbatoio a valle $p_A = p_{\text{atm}}$
- La pressione assoluta sul serbatoio a monte $p_B = 5 \text{ bar}$
- La lunghezza della condotta $L = 40 \text{ m}$
- Il diametro della condotta $d = 200 \text{ mm}$
- La velocità del liquido nella condotta $v = 1,5 \text{ m/s}$
- La somma delle perdite concentrate dovute a valvola di fondo, valvola di non ritorno, saracinesca di regolazione, cambi di direzione della condotta $\sum y_{\text{concentrate}} = 4 \text{ m}$

➤ Determinare la **potenza assorbita dalla pompa**, ipotizzando per essa un rendimento di 0,85, e la **potenza trasmessa al fluido**.

La potenza assorbita dalla pompa per sollevare il liquido dal serbatoio a valle al serbatoio a monte si calcola con la relazione

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_p} \quad (\text{kW}) \quad \text{per cui occorre determinare i valori di } Q \text{ e di } H_m$$

Calcolo della portata

Supponendo il moto stazionario, dall'equazione di continuità

$$Q = \cos t = A \cdot v = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot v = \frac{3,14 \times (0,2 \text{ m})^2}{4} \times 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,0471 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Calcolo della prevalenza manometrica

La prevalenza manometrica, cioè l'energia per unità di peso che effettivamente la pompa cede al fluido, vale nel caso generale:

$$H_m = H_g + \frac{p_B - p_A}{\gamma} + \sum Y_{TUB.} \quad \text{con} \quad \left\{ \begin{array}{l} H_g = 30 \text{ m} \\ \frac{p_B - p_A}{\gamma} = \frac{500000 \text{ Pa} - 101325 \text{ Pa}}{9810 \frac{\text{N}}{\text{m}^3}} = 40,64 \text{ m} \\ \sum Y_{TUB.} = Y_{\text{distribuite}} + \sum y_{\text{concentrate}} \\ Y_{\text{distribuite}} = \beta \cdot \frac{Q^2}{d^5} \cdot L = 0,002 \times \frac{(0,0471)^2}{(0,2)^5} \times 40 = 0,55 \text{ m} \\ \sum Y_{TUB.} = 0,55 + 4 = 4,55 \text{ m} \end{array} \right.$$

Pertanto $H_m = 30 \text{ m} + 40,65 \text{ m} + 4,55 \text{ m} = 75,19 \text{ m}$

Calcolo della potenza assorbita

La potenza che la pompa assorbe dal motore che l'azione vale:

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_p} = \frac{9810 \times 0,041 \times 75,19}{1000 \times 0,85} = 40,87 \text{ kW}$$

Calcolo della potenza utile (o idraulica)

La potenza che la pompa somministra o cede effettivamente al fluido è minore di quella assorbita, infatti parte di questa potenza (il **15%**) viene dissipata nella pompa per le perdite di natura idraulica, volumetrica e meccanica. Quindi la potenza utile vale:

$$P_u = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000} = \frac{9810 \times 0,041 \times 75,19}{1000} = 34,74 \text{ kW}$$

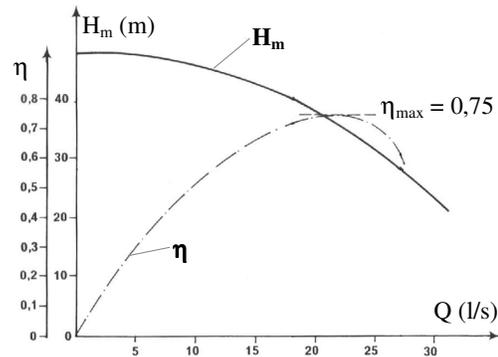
↳ ESERCIZIO 2

Un oleodotto ad asse orizzontale, lungo complessivamente 25 km, deve convogliare 180000 kg/h di nafta ($\rho = 920 \text{ kg/m}^3$) con velocità non superiore a 1 m/s.

Lungo l'oleodotto sono disposti ad intervalli regolari, delle stazioni di pompaggio ove sono installate delle pompe centrifughe, tutte uguali, le cui curve caratteristiche sono riportate in figura.

Tenendo presente che le pompe devono funzionare nelle condizioni di massimo rendimento e che **ciascuna stazione** comporta una perdita di carico concentrata di 0,8 m dovuta alla valvola di intercettazione, si determini:

- IL NUMERO DELLE STAZIONI DI POMPAGGIO;
- IL NUMERO DI POMPE DI CIASCUNA STAZIONE;
- LA POTENZA COMPLESSIVAMENTE ASSORBITA;
- LA FORMA DELLA GIRANTE.



S V O L G I M E N T O

Dal testo non risulta alcun dislivello tra i serbatoi, né alcuna pressione nei serbatoi, pertanto supporremo che: $H_g = 0$, $p_A = p_B = p_{atm}$.

Quindi la prevalenza fornita dalle pompe dovrà essere uguale alla somma di tutte le perdite: distribuite e concentrate presenti nella condotta: $H_m = Y_{DISTRIBUITE} + \sum Y_{CONCENTRATE}$

Chiamando con x il numero di stazioni di pompaggio e sapendo che in ogni stazione le perdite concentrate valgono 0,8 m, la prevalenza manometrica di tutto l'impianto vale:

$$H_m = Y_{DISTRIBUITE} + 0,8 \cdot x$$

Per potere calcolare le perdite distribuite occorre conoscere sia la portata nella condotta, sia il diametro della tubazione.

Calcoliamo la PORTATA VOLUMETRICA nella condotta.

Nota la portata massica $Q_M = 180000 \text{ kg/h}$ e la massa volumica della nafta ($\rho = 920 \text{ kg/m}^3$) si calcola: $Q_M = \frac{180000}{3600} = 50 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ e quindi $Q = \frac{Q_M}{\rho} = \frac{50}{920} \cong 0,0544 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Dall'equazione di continuità si calcola il DIAMETRO DELLA CONDOTTA imponendo che il valore della velocità del fluido nella condotta non superi il valore di 1 m/s.

$A_{condotta} = \frac{Q}{v} = \frac{0,0544}{1} = 0,0544 \text{ m}^2 \rightarrow D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0,0544}{3,14}} = 0,263 \text{ m}$ che si può arrotondare a 0,26 m con piccolo aumento della velocità; pertanto **D = 0,26 m**.

Adesso si possono calcolare le PERDITE DISTRIBUITE utilizzando la formula di Darcy:

$$Y = \beta \cdot \frac{Q^2}{D^5} \cdot L \quad \text{assumendo } \beta = 0,00164 + \frac{0,000042}{D} = 0,00164 + \frac{0,000042}{0,26} = 0,0018$$

Pertanto: $Y = 0,0018 \times \frac{(0,0544)^2}{(0,26)^5} \times 25000 \text{ m} \cong 112 \text{ m}$

Quindi la PREVALENZA MANOMETRICA richiesta dall'impianto vale

$$H_m = Y_{DISTRIBUITE} + 0,8 \cdot x = 112 + 0,8 \cdot x \quad \text{con } x = \text{numero di stazioni di pompaggio.}$$

PER DETERMINARE IL NUMERO DI POMPE NECESSARIE IN OGNI STAZIONE DI POMPAGGIO E IL NUMERO DI STAZIONI, SI FA IL SEGUENTE RAGIONAMENTO.

Le stazioni di pompaggio costituiscono una serie di pompe poste in serie, pertanto la portata nella condotta dovrà essere erogata da ognuna delle stazioni di pompaggio. Inoltre in ogni stazione vi sono più pompe montate in parallelo, pertanto ogni pompa della stazione dovrà erogare una portata

$$\text{pari a } \frac{\text{portata nella condotta}}{\text{numero di pompe di una stazione di pompaggio}} = \frac{Q}{N_{P/\text{stazione}}}$$

Il numero di pompe per stazione deve essere scelto guardando la caratteristica H_m della pompa (ricordiamo che tutte le pompe sono uguali e quindi hanno la stessa caratteristica), in modo che lavori col massimo rendimento possibile.

Ipotizzando di mettere **DUE** POMPE IN PARALLELO per ogni stazione, ogni pompa deve erogare una

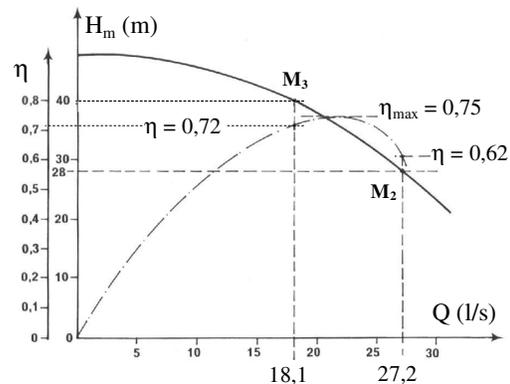
$$\text{portata } Q_i \text{ pari a: } Q_i = \frac{Q}{2} = \frac{0,0544}{2} = 0,0272 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 27,2 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Per tale portata, come si vede dalla caratteristica H_m (punto M_2), ogni pompa lavora con un rendimento $\eta = 0,62$, più basso del rendimento massimo $\eta_{\max} = 0,75$. Inoltre ogni pompa fornisce una prevalenza $H_{m2} = 28$ m.

Ipotizzando di mettere **TRE** POMPE IN PARALLELO per ogni stazione, ogni pompa deve erogare una portata Q_i pari a:

$$Q_i = \frac{Q}{3} = \frac{0,0544}{3} = 0,0181 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 18,1 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Per tale portata, come si vede dalla caratteristica H_m (punto M_3), ogni pompa lavora con un rendimento $\eta = 0,72$, molto vicino al rendimento massimo $\eta_{\max} = 0,75$. Inoltre ogni pompa fornisce una prevalenza $H_{m3} = 40$ m.



Dal confronto si evince che è più conveniente, almeno per quanto riguarda il rendimento, utilizzare per ogni stazione di pompaggio tre pompe disposte in parallelo. **Con questa disposizione ogni pompa fornisce una prevalenza di 40 m** e tutte le tre pompe forniranno la stessa prevalenza, in quanto sono montate in parallelo. In definitiva **ogni stazione di pompaggio fornisce una prevalenza di 40 m**. QUESTO DATO CI È UTILE PERCHÉ PERMETTE DI DETERMINARE IL NUMERO DI STAZIONI CHE RICHIEDE L'IMPIANTO.

Infatti le singole stazioni costituiscono delle pompe in serie e per questo tipo di disposizione si sommano le prevalenze.

Pertanto se H_i è la prevalenza fornita da una stazione (**nel caso in esame $H_i = 40$ m**), x stazioni forniranno una prevalenza totale H_m uguale a $H_m = x \cdot H_i = 40 \cdot x$

Riscrivendo l'espressione della prevalenza manometrica dell'impianto

$$H_m = 112 + 0,8 \cdot x \quad \text{sostituendo } H_m = x \cdot H_i = 40 \cdot x$$

si ottiene: $40 \cdot x = 112 + 0,8 \cdot x$ da cui si calcola $x = \frac{112}{40 - 0,8} = 2,86$ **STAZIONI DI POMPAGGIO**

QUINDI PER FARE FUNZIONARE L'IMPIANTO OCCORRONO TRE STAZIONI DI POMPAGGIO, CIASCUNA EQUIPAGGIATA CON TRE POMPE UGUALI DISPOSTE IN PARALLELO.

Ogni pompa fornisce

portata $Q = 0,0181 \text{ m}^3/\text{s}$, prevalenza $H_m = 40 \text{ m}$, lavorando con rendimento $\eta = 0,72$.

Le **pompe utilizzate sono complessivamente 9** (3 pompe \times 3 stazioni di pompaggio).

La POTENZA COMPLESSIVAMENTE ASSORBITA, essendo uguali le pompe, è data dal prodotto della potenza assorbita da una pompa per il numero totale di pompe, quindi:

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_p} = \frac{920 \times 9,81 \times 0,0181 \times 40}{1000 \times 0,72} = 9,07 \text{ kW} \quad \text{potenza assorbita da una pompa}$$

$$P_{a\text{COMPLESSIVA}} = P_a \cdot N_{\text{POMPE}} = 9,07 \times 9 = 81,63 \text{ kW}$$

La FORMA DELLA GIRANTE dipende dal numero di giri caratteristico n_c o, come riporta il manuale a pag. 748, dal numero di giri specifico n_q .

Per ogni pompa dell'impianto si hanno le seguenti caratteristiche

portata $Q = 0,0181 \text{ m}^3/\text{s}$, prevalenza $H_m = 40 \text{ m}$

e ipotizzando di utilizzare una pompa con **1 girante** (POMPA MONOSTADIO) con azionamento elettrico, ad un numero di giri $n = 1450$ giri/min, si calcola:

$$n_c = n \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g}{1000}} \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} = 1450 \times \sqrt{\frac{920 \times 9,81}{1000}} \cdot \frac{\sqrt{0,0181}}{40^{0,75}} \cong 37 \quad \text{oppure}$$

$$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H_m^{0,75}} = 1450 \times \frac{\sqrt{0,0181}}{40^{0,75}} \cong 12 \quad \text{poiché } n_q < 65 \text{ LA POMPA È UNIFICATA (UNI 7467)}$$

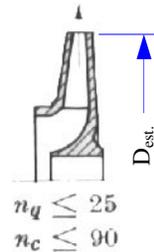
Essendo $n_q < 25$ (o $n_c < 90$) la forma della girante sarà quella in figura, rappresentata nel manuale (pag. 748): la girante avrà una piccola altezza di palettatura e un diametro esterno consistente. Poiché la pompa è unificata, dalla tabella I del manuale, pag. 749, è possibile determinare il

DIAMETRO DELLA GIRANTE $D_{\text{EST.}}$:

per interpolazione lineare (tra i valori di $H = 32$ e $H = 50$ e tra i valori di $D = 315$ e $D = 400$), essendo $n = 1450$ giri/min , $H_m = 40 \text{ m}$

$$\text{si calcola } D_{\text{EST.}} = 315 + X \quad \text{con} \quad X = \frac{(400 - 315) \times (40 - 32)}{50 - 32} \cong 38 \text{ mm}$$

pertanto il diametro della girante sarà di $D_{\text{EST.}} = 315 + X = 315 + 38 = 353 \text{ mm}$.



↳ ESERCIZIO 3

Utilizzando una pompa centrifuga, si deve sollevare l'acqua contenuta nel serbatoio N°1 di aspirazione fino al serbatoio N°2 di mandata, entrambi a cielo aperto e di dimensioni tali da non modificare i rispettivi livelli. Sono note le seguenti caratteristiche d'esercizio:

- portata: $Q = 5000 \text{ dm}^3/\text{h}$
- altezza di aspirazione $h_a = 6 \text{ m}$
- altezza di mandata: $h_m = 30 \text{ m}$
- lunghezza tubo di aspirazione: $L_a = 8,5 \text{ m}$
- lunghezza tubo di mandata: $L_m = 31,75 \text{ m}$

Considerando una velocità del liquido nelle condotte pari a circa 2 m/s e assumendo ogni altro elemento di progetto, tracciare lo schema dell'impianto e determinare:

- la potenza meccanica assorbita dalla pompa nell'ipotesi che il suo rendimento sia del 78%;
- il rendimento totale dell'impianto.

Effettuare la verifica a cavitazione della pompa.

S V O L G I M E N T O

Dal testo risulta un dislivello tra i serbatoi $H_g = 30 + 6 = 36 \text{ m}$, mentre la pressione, per entrambi i serbatoi, vale $p_A = p_B = p_{\text{atm}}$.

Quindi la prevalenza fornita dalla pompa dovrà essere uguale alla somma del dislivello geodetico e di tutte le perdite distribuite e concentrate presenti nella condotta, sia in aspirazione, sia in mandata:

$$H_m = H_g + Y_{TUBAZIONE} = H_g + Y_{DISTRIBUITE} + \sum y_{CONCENTRATE}$$

Essendo nota la portata e la velocità del fluido nella tubazione, ipotizzando di **utilizzare tubi in acciaio a sezione circolare**, è possibile calcolare il DIAMETRO DELLA TUBAZIONE. Dall'equazione di continuità:

$$A_{TUB.} = \frac{Q}{v} \quad \text{con} \quad \begin{cases} Q = 5000 \frac{dm^3}{h} = 5 \frac{m^3}{h} = \frac{5}{3600} \frac{m^3}{s} \cong 0,0014 \frac{m^3}{s} \\ v = 2 \frac{m}{s} \text{ imposto dal testo} \end{cases}$$

Pertanto:

$$A_{TUB.} = \frac{Q}{v} = \frac{0,0014 \frac{m^3}{s}}{2 \frac{m}{s}} = 0,0007 m^2 \quad \text{da cui si calcola } d = \sqrt{\frac{4A}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \times 0,0007}{3,14}} = 0,0298 m$$

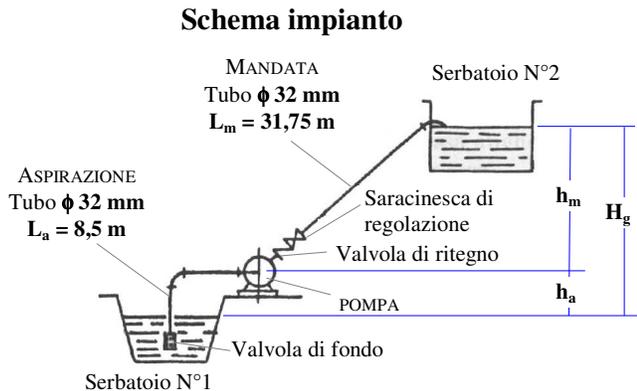
Il valore del diametro si approssima a **d = 32 mm** (VALORE UNIFICATO); in tal modo la velocità effettiva, da considerare nei calcoli successivi, vale:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{0,0014 \frac{m^3}{s}}{\frac{3,14 \times (0,034 m)^2}{4}} \cong 1,74 \frac{m}{s} \quad \text{vicina a } 2 \frac{m}{s}$$

Lo SCHEMA DELL'IMPIANTO è quello in figura. Per le tubazioni, sia in mandata sia in aspirazione, si utilizzeranno tubi in acciaio con diametro nominale di 32 mm.

Nella **tubazione di aspirazione** è prevista una valvola di fondo, per permettere l'adescamento della pompa, e una curva a gomito a 90°.

Nella **tubazione di mandata** è prevista una valvola di ritegno, una saracinesca di regolazione e quattro curve a gomito a 90°.



Adesso è possibile calcolare le PERDITE DISTRIBUITE E CONCENTRATE. Si procede separatamente per le tubazioni di aspirazione e di mandata, poiché quelle nel tratto in aspirazione torneranno utili per la verifica alla cavitazione.

Per le PERDITE DI CARICO CONCENTRATE si utilizza la relazione: $y = k \cdot \frac{v^2}{2g}$ ipotizzando il regime di moto TURBOLENTO (cosa sicuramente verificata per $v = 1,74 m/s$); i valori di **k** vengono rilevati dal manuale (pag. 123 – nel manuale il coefficiente **k** è chiamato ξ) in funzione del tipo di ostruzione.

Le PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE vengono calcolate con la formula di DARCY:

$$Y = \beta \cdot \frac{Q^2}{d^5} \cdot L \quad \text{assumendo } \beta \cong 0,0025 \frac{s^2}{m}, \text{ valore comune per tubazioni in acciaio in servizio.$$

- *Perdite concentrate nella tubazione di aspirazione*

Valvola di fondo	k = 2,5
Curva a gomito a 90°	k = 0,5
	k _{tot.} = 3

$$\sum y_{ASPIRAZIONE} = k_{tot.} \cdot \frac{v^2}{2g} = 3 \times \frac{1,74^2}{2 \times 9,81} \cong 0,46 \text{ m}$$

- *Perdite distribuite nella tubazione di aspirazione*

$$Y_{ASPIRAZIONE} = \beta \cdot \frac{Q^2}{d^5} \cdot L_a = 0,0025 \times \frac{0,0014^2}{0,032^5} \times 8,5 = 1,24 \text{ m}$$

Le PERDITE COMPLESSIVE NEL TRATTO IN ASPIRAZIONE valgono: $Y_{TUB.ASP.} = 0,46 + 1,24 = 1,70 \text{ m}$

- *Perdite concentrate nella tubazione di mandata*

Valvola di ritegno	k = 5,8
Valvola di regolazione	k = 0,25
4 curve a gomito a 90°	k = 0,5 × 4 = 2
sbocco non guidato	k = 0,95
	k _{tot.} = 9

$$\sum y_{MANDATA} = k_{tot.} \cdot \frac{v^2}{2g} = 9 \times \frac{1,74^2}{2 \times 9,81} \cong 1,39 \text{ m}$$

- *Perdite distribuite nella tubazione di mandata*

$$Y_{MANDATA} = \beta \cdot \frac{Q^2}{d^5} \cdot L_m = 0,0025 \times \frac{0,0014^2}{0,032^5} \times 31,75 \cong 4,64 \text{ m}$$

Le PERDITE COMPLESSIVE NEL TRATTO DI MANDATA valgono: $Y_{TUB.MAN.} = 1,39 + 4,64 = 6,03 \text{ m}$

IN TUTTA LA TUBAZIONE, le PERDITE COMPLESSIVE valgono: $Y_{TUBAZIONE} = 1,70 + 6,03 = 7,73 \text{ m}$

Pertanto, la PREVALENZA MANOMETRICA dell'impianto, coincidente con la prevalenza che la pompa deve fornire, vale:

$$H_m = H_g + Y_{TUBAZIONE} = 36 + 7,73 = 43,73 \text{ m}$$

Adesso è possibile calcolare la POTENZA MECCANICA ASSORBITA dalla pompa: ipotizzando per l'acqua $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

$$P_a = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H_m}{1000 \cdot \eta_p} = \frac{9810 \times 0,0014 \times 43,73}{1000 \times 0,78} \cong 0,77 \text{ kW}$$

Il RENDIMENTO DELL'IMPIANTO è dato dal prodotto tra i rendimenti della pompa e della condotta:

$$\eta_{IMPIANTO} = \eta_{POMPA} \cdot \eta_{CONDOTTA} \quad \text{con} \quad \eta_{CONDOTTA} = \frac{H_g}{H_m} = \frac{36}{43,73} \cong 0,82$$

Pertanto: $\eta_{IMPIANTO} = \eta_{POMPA} \cdot \eta_{CONDOTTA} = 0,78 \times 0,82 \cong 0,64$

Per la VERIFICA ALLA CAVITAZIONE, si deve calcolare la **massima altezza di aspirazione** e confrontarla con l'altezza di 6 m che definisce la posizione della pompa rispetto al pelo libero del serbatoio da cui aspira la pompa.

$$h_{aMAX} = \frac{P_{serb.}}{\gamma} - \frac{P_{vap.}}{\gamma} - NPSH - Y_{TUB.ASP.} \geq 6 \text{ m}$$

Ricordando che nei serbatoi insiste la pressione atmosferica e ipotizzando che:

- ✓ l'impianto sia all'incirca al livello del mare $\frac{p_{atm.}}{\gamma} = \frac{101325 Pa}{9810 \frac{N}{m^3}} = 10,33 m$
- ✓ la temperatura dell'acqua sia di 15°C $\frac{p_{vap}}{\gamma} = \frac{1695 Pa}{9810 \frac{N}{m^3}} \cong 0,17 m$
- ✓ la pompa sia accoppiata direttamente ad un motore elettrico con $n = 1450$ giri/min

Il valore di NPSH della pompa è rilevabile dal diagramma riportato nel manuale a pag. 752. Per un valore di portata $Q = 5 m^3/h$ e per $n = 1450$ giri/min, il valore di NPSH assume valore molto piccolo, non rilevabile, pertanto si assume $NPSH = 1m$, in via cautelativa.

Con le ipotesi assunte, il valore dell'altezza di aspirazione massima vale:

$$h_{aMAX} = \frac{p_{serb.}}{\gamma} - \frac{p_{vap.}}{\gamma} - NPSH - Y_{TUB.ASP.} = 10,33 - 0,17 - 1 - 1,7 = 7,46 m > 6 m$$

Pertanto LA POMPA NON SARÀ SOGGETTA A CAVITAZIONE.