ESERCIZI DI TERMODINAMICA

Un motore a combustione eroga una potenza effettiva di 12 kW con un rendimento totale del 28%. Il combustibile utilizzato ha un potere calorifico inferiore di $44000\ \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$.

⇨ Calcolare la massa di combustibile consumato in 1 h di funzionamento.

SOLUZIONE

Essendo note la potenza effettiva e il rendimento, dalla definizione di rendimento si calcola la potenza assorbita dal motore:

$$\eta = \frac{P_{eff.}}{P_{ass.}} \Rightarrow P_{ass.} = \frac{P_{eff.}}{\eta} = \frac{12\,kW}{0{,}28} = 42{,}86\ kW$$

La potenza assorbita è **l'energia termica** assorbita nel tempo, cioè in 1 h = 3600 s.

$$P_{ass.} = \frac{E_{termica}}{tempo} = \frac{Q}{t} = \frac{M_{comb.} \cdot Pci}{t} \quad essendo\ l'energia\ termica\ immessa\ Q = M_{comb.} \cdot Pci$$

Pertanto **la massa di combustibile** consumato in 3600 s di funzionamento vale:

$$M_{comb.} = \frac{P_{ass.} \cdot t}{Pci} = \frac{42{,}86\ kW \times 3600\ s}{44000\ \frac{kJ}{kg}} = 3{,}51\ kg$$

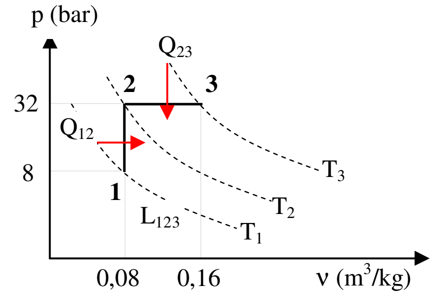
ESERCIZIO PROPOSTO

Una parete d'acciaio spessa 12 mm, di superficie 4 m^2, è lambita su una faccia, da fumi della combustione alla temperatura di 1000 K. Sulla stessa faccia si è depositato uno strato di fuliggine dello spessore di 1 mm. L'altra faccia della parete è a contatto con acqua alla temperatura di 393 K.

Considerando il coefficiente di convezione lato fumi pari a $40\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$, il coefficiente di convezione lato acqua pari a $6000\ \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$, il coefficiente di conduttività termica dell'acciaio pari a $30\ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$, il coefficiente di conduttività termica della fuliggine pari a $0{,}1\ \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$, calcolare

⇨ Il coefficiente di trasmissione totale (risultato: **K = 28,12** $\frac{W}{m^2 \cdot K}$)
⇨ Il flusso termico (risultato: **q = 68275 W**)
⇨ Il calore trasferito in 4 min (risultato: **Q = 16386 kJ**)
⇨ La temperatura della faccia della parete d'acciaio dal lato fumi (risultato: **400,6 K**)

Una massa di 1 kg di aria (da considerare come gas ideale), che ha volume massico di 0,08 m^3/kg, si trova alla pressione di 8 bar e alla temperatura di 473 K. L'aria subisce, a volume costante, una trasformazione che aumenta la sua pressione a 32 bar. Successivamente una espansione isobara fa aumentare il volume massico fino a 0,16 m^3/kg. Calcolare



- ⇨ La variazione di energia interna del sistema
- ⇨ Il lavoro complessivamente scambiato
- ⇨ Il calore complessivamente scambiato

SOLUZIONE

Le due trasformazioni di stato del gas, ipotizzandole quasi statiche, vengono rappresentate nel piano di Clapeyron. Si deduce che nella trasformazione isometrica si ha un aumento di temperatura fino a T_2, mentre è nullo il lavoro L_{12} scambiato (area sottesa dalla linea della trasformazione nulla). Nella trasformazione isobara si ha ancora un aumento di temperatura fino a T_3 e un lavoro L_{23} scambiato equivalente all'area sottesa dalla trasformazione.
La variazione di energia interna dipende, nel caso di gas ideale, solo dalla variazione di temperatura del sistema. Calcoliamo le temperature nei punti 2 e 3; inoltre il lavoro e il calore scambiato in ogni trasformazione.

- Per la trasformazione isometrica 1-2 si può applicare la legge di Gay-Lussac

$$\frac{p_1}{p_2}=\frac{T_1}{T_2} \quad \Rightarrow \quad T_2=T_1\cdot\frac{p_2}{p_1}=473\times\frac{32}{4}=1892\ K$$

Pertanto la variazione di energia interna vale

$$\Delta U=U_2-U_1=c_V\cdot(T_2-T_1)=717\frac{J}{kg\cdot K}\times(1892\,K-473\,K)=1017000\frac{J}{kg}$$

Applicando il 1° principio della termodinamica e ricordando che è nullo il lavoro L_{12} scambiato nella isometrica, si calcola il calore Q_{12} scambiato nella trasformazione:

$$Q_{12}=\Delta U+L_{12} \quad \Rightarrow \quad Q_{12}=\Delta U=1017000\frac{J}{kg}$$

- Per la trasformazione isobara 2-3 si può applicare la legge di Gay-Lussac

$$\frac{v_2}{T_2}=\frac{v_3}{T_3} \quad \Rightarrow \quad T_3=v_3\cdot\frac{T_2}{v_2}=0{,}16\frac{m^3}{kg}\times\frac{1892\,K}{0{,}08\frac{m^3}{kg}}=3784\,K$$

Pertanto la variazione di energia interna vale

$$\Delta U=U_3-U_2=c_V\cdot(T_3-T_2)=717\frac{J}{kg\cdot K}\times(3874\,K-1892\,K)=1357000\frac{J}{kg}$$

Mentre il lavoro L_{23} scambiato nella trasformazione isobara vale:

$$L_{23}=p\cdot(v_3-v_2)=3200000\frac{N}{m^2}\times\left(0{,}16\frac{m^3}{kg}-0{,}08\frac{m^3}{kg}\right)=256000\ \frac{J}{kg}$$

Applicando il 1° principio della termodinamica e si calcola il calore Q_{23} scambiato nella trasformazione:

$$Q_{23}=\Delta U+L_{23}=1357000\frac{J}{kg}+256000\frac{J}{kg}=1613000\frac{J}{kg}$$

Avendo le variazioni di energia interna e i valori del lavoro e del calore scambiato in ogni trasformazione si può rispondere ai questi.

- ➢ La variazione di energia interna, essendo questa FUNZIONE DI STATO, dipende solo dalla temperatura dello stato finale e di quello iniziale, pertanto:

$$\Delta U=U_3-U_1=c_V\cdot(T_3-T_1)=717\frac{J}{kg\cdot K}\times(3874\,K-473\,K)=2374000\frac{J}{kg}$$

- Il lavoro L_{123} complessivamente scambiato (il **lavoro dipende dal percorso**, quindi si deve calcolare per ogni trasformazione) è dato dalla somma algebrica del lavoro scambiato in ogni trasformazione, pertanto:

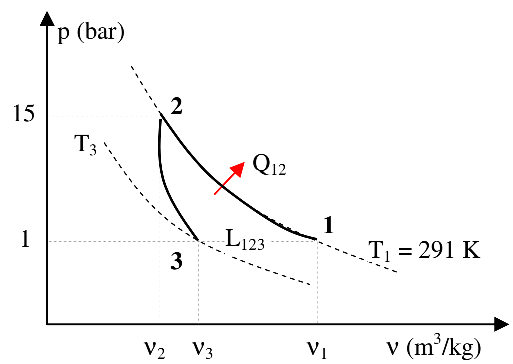
$$L_{123} = L_{12} + L_{23} = 0 + 256000\frac{J}{kg} = 256000\frac{J}{kg}$$

- Il calore Q_{123} complessivamente scambiato (il **calore dipende dal percorso**) è dato dalla somma algebrica del calore scambiato in ogni trasformazione, pertanto:

$$Q_{123} = Q_{12} + Q_{23} = 1017000\frac{J}{kg} + 1613000\frac{J}{kg} = 2630000\frac{J}{kg}$$

Una massa di 0,5 kg di aria (da considerare come gas ideale) si trova alla pressione di 1 bar e alla temperatura di 291 K. L'aria subisce, prima una compressione isoterma che aumenta la pressione a 15 bar e dopo una espansione adiabatica con pressione finale di 1 bar. Assumendo la capacità termica massica a pressione costante pari a $c_p = 992\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}$, e la costante elastica del gas $R = 287\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg \cdot K}}$, calcolare

- ⇨ Il volume del gas nei punti di inizio e fine di ogni trasformazione
- ⇨ Il calore complessivamente scambiato
- ⇨ Il lavoro complessivamente scambiato
- ⇨ La temperatura finale del gas.



SOLUZIONE

Le due trasformazioni di stato del gas, ipotizzandole quasi statiche, vengono rappresentate nel piano di Clapeyron.

Negli stati d'equilibrio 1 e 2 sono noti temperatura e pressione, quindi scrivendo l'equazione di stato del gas si calcolano i volumi occupati dal gas in tali punti.

- Per lo stato d'equilibrio **1**

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T_1 \Rightarrow v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} = \frac{287 \times 291}{100000} = 0{,}835\,\frac{m^3}{kg}$$

$$v_1 = \frac{V_1}{m} \quad \Rightarrow \quad V_1 = m \cdot v_1 = 0{,}5\,kg \times 0{,}835\,\frac{m^3}{kg} \cong 0{,}417\,m^3$$

Per determinare ν_2 è più semplice usare l'equazione dell'isoterma $p \cdot v = \cos t.$ fra gli stati d'equilibrio 1 e 2

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{p_1}{p_2} \cdot v_1 = \frac{1}{15} \times 0{,}835 = 0{,}056\,\frac{m^3}{kg}$$

$$v_2 = \frac{V_2}{m} \quad \Rightarrow \quad V_2 = m \cdot v_2 = 0{,}5\,kg \times 0{,}056\,\frac{m^3}{kg} = 0{,}028\,m^3$$

- Applicando il 1° principio della termodinamica alla trasformazione isoterma 1-2, si calcolano il lavoro e il calore scambiato nella trasformazione:

$Q_{12} = L_{12}$ essendo $\Delta U = 0$ perché nell'isoterma $T = \text{cost.}$ e quindi $\Delta T = 0$

$$L_{12} = R \cdot T \cdot \ln\frac{p_1}{p_2} = 287\,\frac{J}{kg} \times 291\,K \times \ln\frac{1}{15} = -226170\,\frac{J}{kg}$$ **negativo** perché lavoro fatto sul sistema

(LAVORO DI COMPRESSIONE)

Quindi: $Q_{12} = -226170\,\frac{J}{kg}$ **negativo** perché il sistema lo cede all'esterno

- Utilizzando una delle equazioni dell'adiabatica (in questo caso quella che contiene le variabili temperatura e pressione) si determina la temperatura T_3 finale:

$$T \cdot p^{\frac{1-k}{k}} = \cos t. \quad \text{con} \quad k = \frac{c_p}{c_V} = \frac{c_p}{c_p - R} = \frac{992}{992-287} = 1{,}4$$

$$T_2 \cdot p_2^{\frac{1-k}{k}} = T_3 \cdot p_3^{\frac{1-k}{k}} \quad \text{con} \quad \frac{1-k}{k} = \frac{-0{,}4}{1{,}4} = -0{,}286$$

da cui si calcola: $T_3 = T_2 \cdot \left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{-0{,}286} = 291 \cdot \left(\frac{15}{1}\right)^{-0{,}286} \cong 134\ K$

- Applicando il 1° principio della termodinamica alla trasformazione adiabatica 2-3 (**$Q_{23} = 0$**), si calcola il lavoro scambiato nella trasformazione:

$$0 = L_{23} + (U_3 - U_2) \quad \Rightarrow \quad \Delta U = -L_{23} = c_V \cdot (T_3 - T_2) = 705\ \frac{J}{kg} \times (134\,K - 291\,K) \cong -110680\ \frac{J}{kg}$$

$$L_{23} \cong +110680\ \frac{J}{kg} \quad \textit{positivo perchè lavoro di ESPANSIONE}$$

- Per lo stato d'equilibrio **3**

$$p_3 \cdot v_3 = R \cdot T_3 \Rightarrow v_3 = \frac{R \cdot T_3}{p_3} = \frac{287 \times 134}{100000} \cong 0{,}385\ \frac{m^3}{kg}$$

$$v_3 = \frac{V_3}{m} \quad \Rightarrow \quad V_3 = m \cdot v_3 = 0{,}5\ kg \times 0{,}385\ \frac{m^3}{kg} \cong 0{,}193\ m^3$$

Il lavoro e il calore scambiati finora calcolati sono relativi ad una massa unitaria di gas, cioè sono grandezze massiche; ricordando che la massa di gas che si trasforma è di 0,5 kg possiamo calcolare il lavoro e il calore complessivamente scambiati.

$$L_{123} = m \cdot (L_{12} + L_{23}) = 0{,}5\,kg \times (-226170 + 110680)\frac{J}{kg} = -57745\ J$$

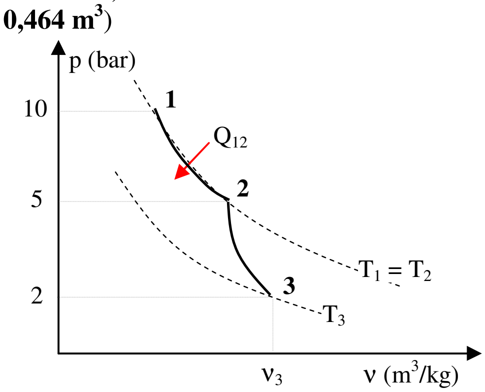
$$Q_{123} = m \cdot (Q_{12} + Q_{23}) = 0{,}5\,kg \times (-226170 + 0)\frac{J}{kg} = -113085\ J$$

Da notare che L'ENERGIA INTERNA È DIMINUITA ($T_3 < T_1$), infatti **una sua parte è stata trasformata in lavoro nella trasformazione adiabatica**.

ESERCIZIO PROPOSTO

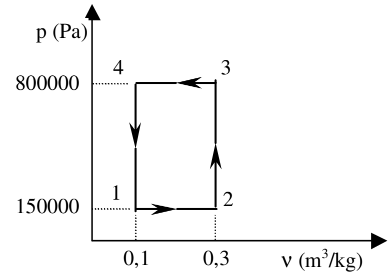
Una massa di 0,6 kg di aria (da considerare come gas ideale) si trova alla pressione di 10 bar e alla temperatura di 700 K. L'aria subisce una prima espansione isoterma che riduce la pressione a 5 bar e una seconda espansione adiabatica con pressione finale di 2 bar. Assumendo la capacità termica massica a pressione costante pari a $1000\ \frac{J}{kg \cdot K}$, quella a volume costante pari a $713\ \frac{J}{kg \cdot K}$, calcolare

- ⇨ Il calore complessivamente scambiato (risultato: **$L_{123} = 152488{,}5$ J**)
- ⇨ Il lavoro complessivamente scambiato (risultato: **$Q_{123} = 83178$ J**)
- ⇨ Il volume finale del gas. (risultato: **$V_3 = 0{,}464\ m^3$**)



Una massa di 2 kg di ossido di carbonio ($R = 293 \ \frac{J}{kg \cdot K}, c_p = 1013 \ \frac{J}{kg \cdot K}$) subisce le quattro trasformazioni termodinamiche segnate in figura. Determinare

- ⇨ Il lavoro di espansione e quello di compressione;
- ⇨ Il lavoro complessivo scambiato nel ciclo;
- ⇨ Il calore complessivo scambiato nel ciclo;
- ⇨ La massima temperatura raggiunta dal gas.



SOLUZIONE

Consideriamo il **gas come ideale**. Le quattro trasformazioni costituiscono un ciclo percorso in senso antiorario (**lavoro negativo**). Sappiamo che in un ciclo il LAVORO COMPLESSIVAMENTE SCAMBIATO È EQUIVALENTE ALL'AREA RACCHIUSA NEL CICLO. Inoltre la VARIAZIONE DI ENERGIA INTERNA È NULLA **($\Delta U = 0$)**, perché il sistema ritorna allo stato iniziale. Per queste considerazioni possiamo subito dire che, per **1 kg** (**massa unitaria**) di gas:

$$A_{CICLO} = -L_{CICLO} = L_{1234} = -(800000 - 150000) \times (0{,}3 - 0{,}1) = -130000 \ \frac{J}{kg}$$

quindi **per la massa di 2 kg**: $L_{1234} = 2 \ kg \times \left(-130000 \ \frac{J}{kg} \right) = -260000 \ J$

Inoltre applicando il 1° principio della termodinamica all'intero ciclo, si calcola il CALORE COMPLESSIVAMENTE SCAMBIATO $\mathbf{Q_{1234}}$ nel ciclo, infatti:

$$\Delta U_{CICLO} = 0 = Q_{CICLO} - L_{CICLO} \ \Rightarrow \ Q_{CICLO} = L_{CICLO} \quad ovvero \quad Q_{1234} = L_{1234} = -260000 \ J$$

Il **lavoro** viene scambiato **solo nelle trasformazioni isobare**, poiché è nullo in quelle isometriche; calcoliamolo:

$$L_{ESPANSIONE} = L_{12} = m \cdot p_1 \cdot (v_2 - v_1) = 2 \ kg \times 150000 \ Pa \times \left(0{,}3 \ \tfrac{m^3}{kg} - 0{,}1 \ \tfrac{m^3}{kg}\right) = 60000 \ J$$

POSITIVO <u>perché fatto dal sistema sull'ambiente</u>

$$L_{COMPRESSIONE} = L_{34} = m \cdot p_3 \cdot (v_4 - v_3) = 2 \ kg \times 800000 \ Pa \times \left(0{,}1 \ \tfrac{m^3}{kg} - 0{,}3 \ \tfrac{m^3}{kg}\right) = -320000 \ J$$

NEGATIVO <u>perché fatto dall'ambiente sul sistema</u>

Quindi il lavoro nel ciclo vale:

$$L_{CICLO} = L_{12} + L_{34} = 60000 \ J - 320000 \ J = -260000 \ J$$

valore che avevamo già calcolato con altre considerazioni (la possiamo considerare come una verifica del ragionamento fatto prima)

Ricordando l'andamento delle isoterme nel piano di Clapeyron è evidente che il sistema raggiunge la massima temperatura nel punto d'equilibrio **3** (**$T_{max} = T_3$**)
Pertanto scrivendo l'equazione di stato del gas nel punto 3 si può calcolare la TEMPERATURA DEL GAS in quello stato:

$$p_3 \cdot v_3 = R \cdot T_3 \ \Rightarrow \ T_3 = \frac{p_3 \cdot v_3}{R} = \frac{800000 \times 0{,}3}{293} = 819{,}1 \ K$$