

19 FEBBRAIO 2009

LIMITI NOTEVOLI

Ricordiamo le forme di indecisione:

$\frac{\infty}{\infty}$ $0 \cdot \infty$ $+\infty - \infty$

$\frac{0}{0}$ ← punto di attenzione di oggi!

1^∞ 0^0 ∞^0

feb 17-20.34

sappiamo che le forme 0/0 algebriche si risolvono scomponendo e semplificando i fattori identici del numeratore e del denominatore:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4 - 2x^2 + x^5}{x^2 - 3x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(3x^2 - 2 + x^3)}{x^2(1 - 3x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2 + x^3}{1 - 3x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2 + x^3}{1 - 3x} = -2$$

ma se l'algebra non aiuta?

dic 7-18.07

Ci sono i limiti notevoli:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

misura di x in radianti
se la misura di x è in gradi il limite vale $\pi/180$

per la dimostrazione vedi il testo a pag 64 o cerchiamo in rete.

<http://www.ripmat.it/index.html>

vediamo, usando un foglio di calcolo, quali valori assume il rapporto $\sin x/x$

limite senx su x.xls

feb 17-20.56

FORME DERIVATE

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1 \quad \text{Es } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(x-3)}{x-3} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

e vediamo se è vero che:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

feb 17-21.20

verifica che $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ per x tendente a 0

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\sin x}{\cos x} \right] \cdot \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} \cdot \frac{1}{\cos x} = 1$$

feb 19-11.20

procediamo alla verifica

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \stackrel{?}{=} 1 \quad \text{NO}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} \cdot \frac{1 + \cos x}{1 + \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \sin x}{x(1 + \cos x)} = 0$$

feb 19-11.26

altri esempi di limiti calcolati con le forme deivate

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{\frac{\sin x}{x}}_{=1} \cdot \underbrace{\sin x}_{=0} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{(x - \frac{\pi}{2})} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - x)}{-\frac{\pi}{2} - x} = -1$$

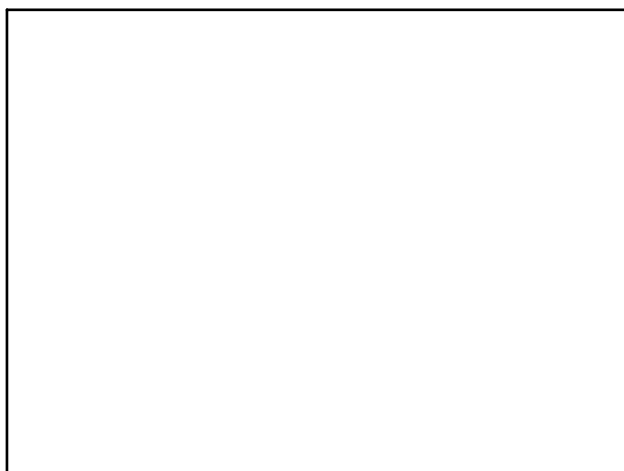
feb 19-11.15

in questa pagina potete trovare chiarimenti, esempi ed esercizi

<http://progettomatematica.dm.unibo.it/Limiti/tuttapagina6.htm>



feb 17-21.37



dic 7-20.22

Primo limite notevole.doc